

Olasılık ve İstatistiğe Dayanan Düşünme Biçiminin Fiziğe Yansımaları:

Stokastik Yaklaşım ve Kinetik Kuram

Özgür Gültekin

Lezzetli Kahvelerin Fiziğinden Türbülansa Giden Yol



Çok sayıda tanecikten oluşan büyük ölçekli sistemleri anlamak için **İstatistiksel Yaklaşımlara** ihtiyaç duyuyoruz. Eğer bir açıklama düzeyinde fizik yasalarını biliyorsak, daha yüksek düzeyde ortaya çıkan kolektif yasaları **Kinetik Kuramla** betimleyebiliriz. Fiziksel bir sistem bazen farklı zaman ölçeklerine sahip iki değişken seti ile karakterize edilebilir. Bu durumda yavaş değişkenlerin dinamiklerine gürültü eklemeye dayanan **Stokastik Yaklaşımlar** hızlı değişkenlerin etkisini de göz önüne almanın bir yoludur.



Giriş

Olasılığın Felsefi Temelleri

Brown Hareketi

Rastgele Yürüyüş

Difüzyon Denklemi

Chapman Kolmogorov ve Fokker-Planck

Kesirli Türev

Allee Etkisi

Beyaz Gürültü

Ortalama Yok Oluş Zamanı

Stokastik Sıfırlama

Sosyal Bilimlerde Stokastik Model

Bölüm II: Kinetik Kuram

Olasılığın Felsefi Temelleri: Olasılık Nedir?

Giriş

Olasılığın Felsefi Temelleri

Brown Hareketi

Rastgele Yürüyüş

Difüzyon Denklemi

Chapman

Kolmogorov ve

Fokker-Planck

Kesirli Türev

Allee Etkisi

Beyaz Gürültü

Ortalama

Yok Oluş Zamanı

Stokastik

Sıfırlama

Sosyal Bilimlerde

Stokastik Model

Bölüm II:

Kinetik Kuram

Ontoloji ile İlgili Olasılıklar (Frekans tipi olasılıklar.)

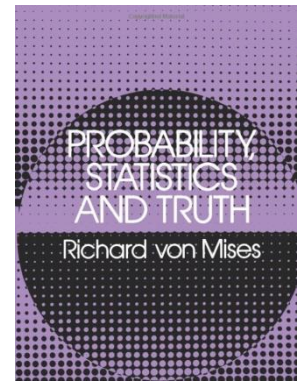
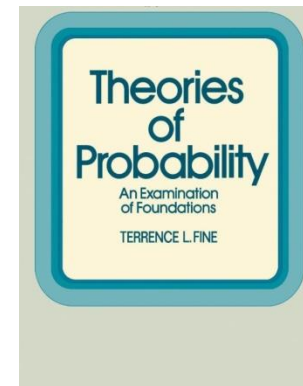
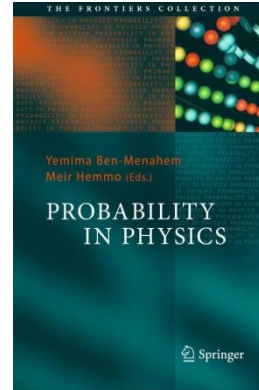
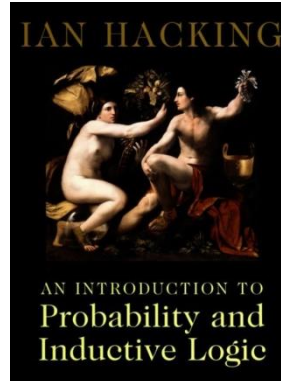
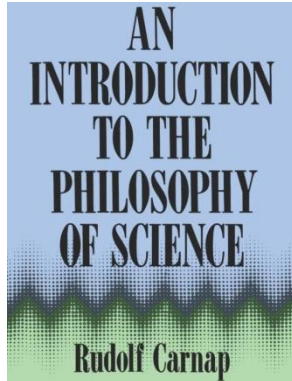
Bilgimizin Sınırları ile İlgili Olasılıklar (Kanıtlara dayanan ya da kişisel olasılıklar.)

- A. Havaya atılan bir madeni paranın yazı gelme olasılığı 0.5'tir.
- B. Dünya Güneş'ten koptu.
- C. Kanıtlar ışığında Dünya'nın Güneş'ten kopmuş olma olasılığı yaklaşık olarak %95'tir.
- D. Dünya'nın Güneş'ten kopmuş olma olasılığı yüksektir ve bu olasılık %95'tir.

(A) ile (B) ifadeleri ontolojiye gönderme yapar. Bu yönleriyle birbirine benzerdir. Oysa (C) ifadesi Carnap'ın mantıksal olasılık kavramı ile ilgilidir.

(D) ifadesi kanıtları göz önünde bulundurmaz ve bu bakımdan (C)'den farklıdır.

(D) aslında (C)'ye denk mi yoksa «kişisel inanç derecesi» ile ilgili yeni bir olasılık kavramına mı gönderme yapıyor?



Brown Hareketi

Giriş

Olasılığın Felsefi Temelleri

Brown Hareketi

Rastgele Yürüyüş

Difüzyon Denklemi

Chapman Kolmogorov ve Fokker-Planck

Kesirli Türev

Allee Etkisi

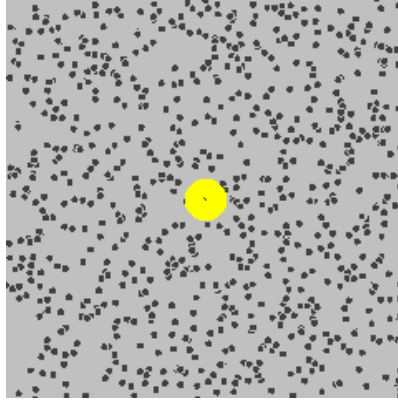
Beyaz Gürültü

Ortalama Yok Oluş Zamanı

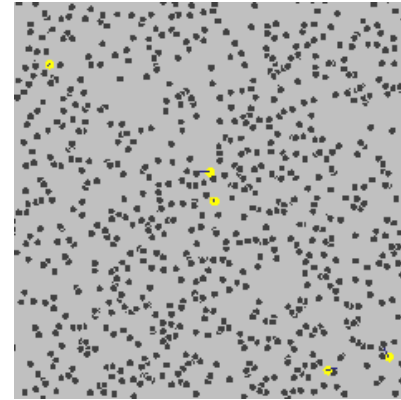
Stokastik Sıfırlama

Sosyal Bilimlerde Stokastik Model

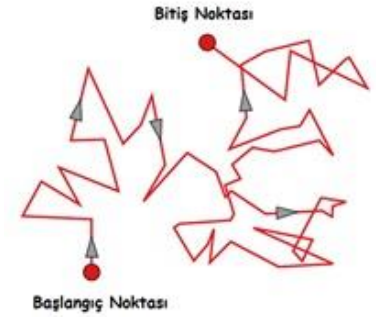
Bölüm II: Kinetik Kuram



Bir gaz içinde rastgele yönlerde hareket eden küçük parçacıklarla çarpışan bir toz parçacığının simülasyonu.



800 parçacıktan oluşan bir ortamda çarpışmalara maruz kalan 5 parçacığın simülasyonu.



1905/1906	Einstein/Smoluchowski Yer değiştirmenin kareli ortalamasını hesapladır.
1908	Langevin Tanecığın rastgele çarpışma ve etkileşimini temsil eden Markov özelliğine sahip bir kuvvet yazarak stokastik diferansiyel denklem elde etti.
1914/1917	Fokker/Planck Tanecığın hızı için olasılık yoğunluğunun evrimini veren kısmi diferansiyel denklem yazdılar.
1930	Ornstein/Uhlenbeck Sabit difüzyon katsayısı ve doğrusal sürüklenme terimi ile süreci genelleştirdiler.
1940/1949	Kramers/Moyal Genişlemesi

Rastgele Yürüyüşlerin Bazı Uygulamaları

Giriş

Olasılığın Felsefi
Temelleri

Brown Hareketi

Rastgele Yürüyüş

Difüzyon
Denklemleri

Chapman
Kolmogorov ve
Fokker-Planck

Kesirli Türev

Allee Etkisi

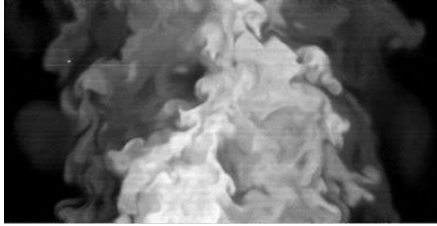
Beyaz Gürültü

Ortalama
Yok Oluş Zamanı

Stokastik
Sıfırlama

Sosyal Bilimlerde
Stokastik Model

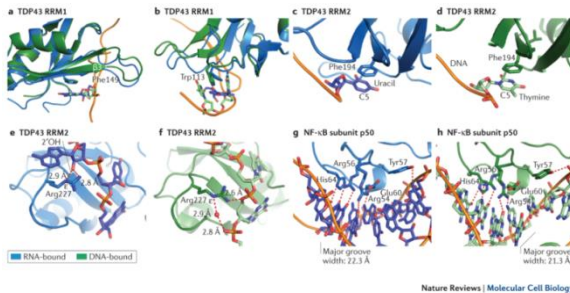
Bölüm II:
Kinetik Kuram



Türbülans



Difüzyon



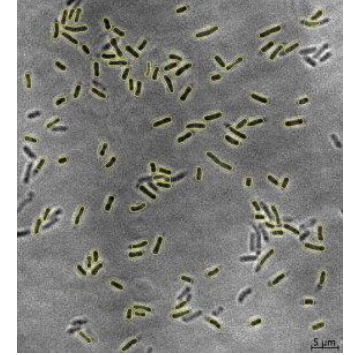
**DNA üzerinde bir bağlanma yeri arayan
Proteinler**



**Finansal Piyasalardaki
Dalgalanmalar**



**Antony Gormley,
Quantum Cloud**

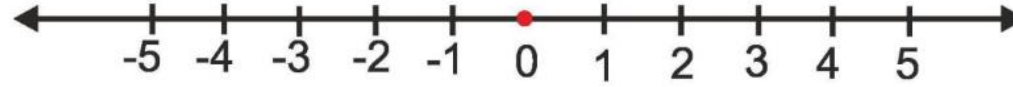


**Yüzen E. Coli
Bakterisi**



**Kültürel
Yayılma**

Rastgele Yürüyüşler

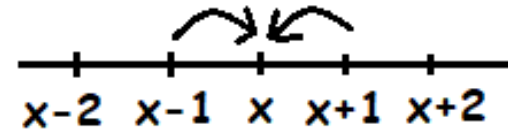
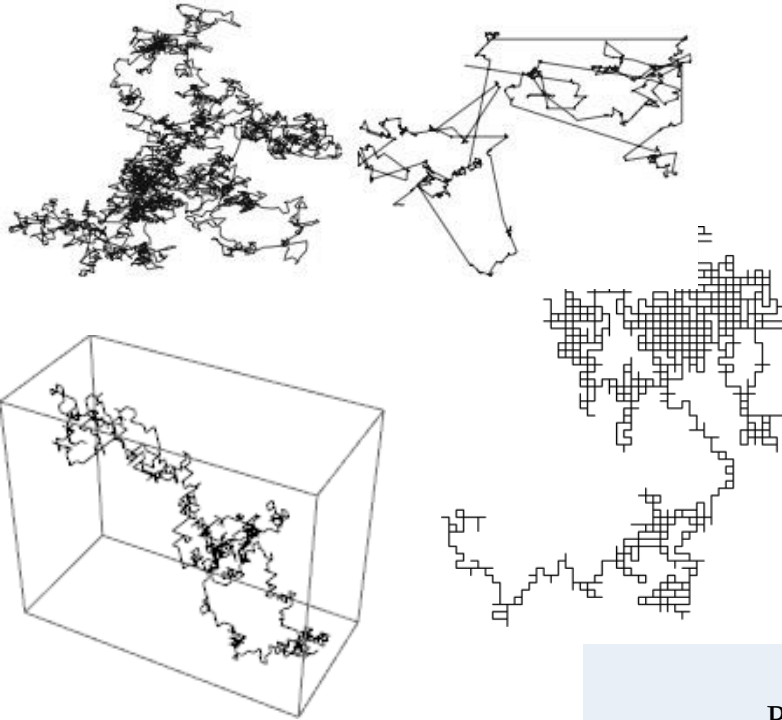


$$|\vec{x}_i| = a \quad \langle \vec{x}_i \rangle = 0 \quad \langle \vec{x}_i \cdot \vec{x}_j \rangle = 0$$

$$\langle \vec{X}_N \rangle = \left\langle \sum_{i=1}^N \vec{x}_i \right\rangle = 0$$

$$\langle \vec{X}_N^2 \rangle = \left\langle \left(\sum_{i=1}^N \vec{x}_i \right)^2 \right\rangle = \left\langle \sum_{i=1}^N \vec{x}_i^2 + \sum_{i \neq j} \vec{x}_i \cdot \vec{x}_j \right\rangle = Na^2$$

$$\sqrt{\langle \vec{X}_N^2 \rangle} = a\sqrt{N}$$

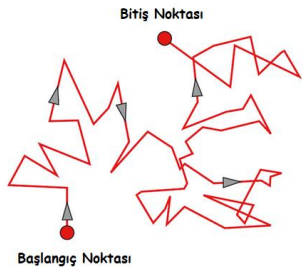


$$P(x, t) = \frac{1}{2} P(x-1, t-1) + \frac{1}{2} P(x+1, t-1)$$

$$P(r, t) = \frac{t!}{r! \ell!} \left(\frac{1}{2} \right)^t \quad \begin{array}{l} r - \ell = x \\ r + \ell = t \end{array} \quad P(x, t) = \frac{t!}{\left(\frac{t+x}{2} \right)! \left(\frac{t-x}{2} \right)!} \left(\frac{1}{2} \right)^t$$

$$t \rightarrow \infty \quad n! \cong n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n} = \sqrt{2\pi n} n^{n+\frac{1}{2}} e^{-n}$$

$$P(x, t) = \sqrt{\frac{2}{\pi t}} e^{-\frac{x^2}{2t}}$$



Giriş

Olasılığın Felsefi Temelleri

Brown Hareketi

Rastgele Yürüyüş

Difüzyon Denklemi

Chapman Kolmogorov ve Fokker-Planck

Kesirli Türev

Allee Etkisi

Beyaz Gürültü

Ortalama Yok Oluş Zamanı

Stokastik Sıfırlama

Sosyal Bilimlerde Stokastik Model

Bölüm II: Kinetik Kuram

Rastgele Yürüyüşler ve Difüzyon Denklemleri

Giriş

Olasılığın Felsefi Temelleri

Brown Hareketi

Rastgele Yürüyüş

Difüzyon Denklemleri

Chapman Kolmogorov ve Fokker-Planck

Kesirli Türev

Allee Etkisi

Beyaz Gürültü

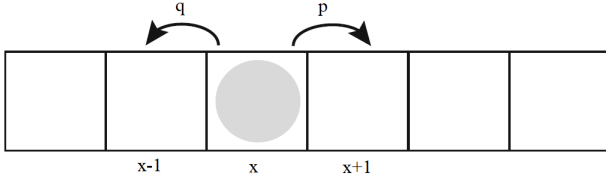
Ortalama Yok Oluş Zamanı

Stokastik Sıfırlama

Sosyal Bilimlerde Stokastik Model

Bölüm II: Kinetik Kuram

$$P(x, t) = pP(x-1, t-1) + qP(x+1, t-1) \quad x \in \mathbb{Z} \quad t \geq 1$$



$$G(k, t) = \sum_{x=-\infty}^{\infty} e^{ikx} P(x, t) \quad k \in [-\pi, \pi]$$

$$(-i)^m \frac{d^m}{dk^m} G(k, t) \Big|_{k=0} = \sum_{x=-\infty}^{\infty} x^m P(x, t) = \langle x^m \rangle$$

$$\sum_{x=-\infty}^{\infty} e^{ikx} P(x, t) = \sum_{x=-\infty}^{\infty} \left[e^{ikx} pP(x-1, t-1) + e^{ikx} qP(x+1, t-1) \right]$$

$$G(k, t) = \sum_{x=-\infty}^{\infty} \left[e^{ik(x-1)} e^{ik} pP(x-1, t-1) + e^{ik(x+1)} e^{-ik} qP(x+1, t-1) \right]$$

$$G(k, t) = (pe^{ik} + qe^{-ik})G(k, t-1) \quad P(x, 0) = \delta(x) \quad G(k, 0) = 1$$

$$G(k, t) = (pe^{ik} + qe^{-ik})^t$$

$$P(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-ikx} (pe^{ik} + qe^{-ik})^t dk$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-ikx} \sum_{m=0}^t \binom{t}{m} p^m q^{t-m} e^{-ik(t-2m)} dk$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{-ik(t+x-2m)} \frac{1}{2\pi} dk = \delta(t+x-2m)$$

$$= \frac{t!}{\left(\frac{t+x}{2}\right)! \left(\frac{t-x}{2}\right)!} p^{(t+x)/2} q^{(t-x)/2}$$

$$t! \approx t^t e^{-t} \sqrt{2\pi t} \quad \ln t! \approx t \ln t - t + \frac{1}{2} \ln(2\pi t)$$

$$P(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} e^{-[x-t(p-q)]^2/2t}$$

$$P(x, t+dt) = \frac{1}{2} P(x-dx, t) + \frac{1}{2} P(x+dx, t)$$

$$P(x, t) + dt \frac{\partial P}{\partial t} + \dots = \frac{1}{2} \left[P(x, t) - dx \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{2} dx^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \dots \right] + \frac{1}{2} \left[P(x, t) + dx \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{2} dx^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \dots \right]$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{(dx)^2}{dt} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad \frac{\partial P}{\partial t} = D \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad \frac{\partial P}{\partial t} = D \nabla^2 P \quad B(x) = D \quad A(x) = 0$$

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} [A(x) P(x, t)] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} [B(x) P(x, t)]$$

Difüzyon Denkleminin Çözümü

Giriş

Olasılığın Felsefi Temelleri

Brown Hareketi

Rastgele Yürüyüş

Difüzyon Denklemi

Chapman Kolmogorov ve Fokker-Planck

Kesirli Türev

Allee Etkisi

Beyaz Gürültü

Ortalama Yok Oluş Zamanı

Stokastik Sıfırlama

Sosyal Bilimlerde Stokastik Model

Bölüm II: Kinetik Kuram

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} [A(x) P(x, t)] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} [B(x) P(x, t)]$$

$$\begin{aligned} A(x) &= 0 \\ B(x) &= D \end{aligned} \quad \frac{\partial P}{\partial t} = D \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad P(x, t=0) = \delta(x)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial P}{\partial t} e^{ikx} dx = \int_{-\infty}^{\infty} D \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} e^{ikx} dx$$

$$\frac{\partial P(k, t)}{\partial t} = D(ik)^2 P(k, t) = -Dk^2 P(k, t)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial t} P(k, t) e^{-st} dt = - \int_0^{\infty} Dk^2 P(k, t) e^{-st} dt$$

$$sP(k, s) - P(k, t=0) = -Dk^2 P(k, s)$$

$$sP(k, s) + Dk^2 P(k, s) = 1$$

$$P(k, s) = \frac{1}{s + Dk^2}$$

$$P(k, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{1}{s + Dk^2} e^{st} ds = e^{-Dk^2 t}$$

$$P(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-Dk^2 t} e^{-ikx} dk$$

$$P(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}$$

Merkezi Limit Teoremi

Ortalaması μ ve varsansı σ^2 olan bir kitleden alınan n birimlik rassal örneklem

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ ise $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ değişkeninin $n \rightarrow \infty$ limitteki dağılımı standart

normal dağılımdır.

Aslında kesikli rastgele yürüyüşte tek bir adımın yer değiştirmesi x ve bunların olasılık dağılımı $P(x)$ ise $\langle x \rangle < \infty$, $\langle x^2 \rangle < \infty$ olmak üzere $P(X)$ 'in normal dağılması merkezi limit teoreminin bir sonucudur.

Chapman-Kolmogorov'dan Fokker-Planck Denklemine

Giriş

Olasılığın Felsefi Temelleri

Brown Hareketi

Rastgele Yürüyüş

Difüzyon Denklemi

Chapman Kolmogorov ve Fokker-Planck

Kesirli Türev

Allee Etkisi

Beyaz Gürültü

Ortalama Yok Oluş Zamanı

Stokastik Sıfırlama

Sosyal Bilimlerde Stokastik Model

Bölüm II: Kinetik Kuram

$$f(x_1, t_1 | x_3, t_3) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_3, t_3 | x_2, t_2) f(x_2, t_2 | x_1, t_1) dx_2$$

Chapman-Kolmogorov Denklemi

Chapman-Kolmogorov denklemi, sürecin Markovian özelliğini ifade eder. Sistemi oluşturan parçacıklar hakkında başka bir bilgi içermeyen non-lineer bir denklemdir. Ana denklemde ise geçiş olasılıkları sistemin fiziksel özelliklerinin bir fonksiyonudur.

$$\frac{\partial}{\partial \tau} p(x_3 | x_1, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} [w(x_3 | x_2) p(x_2 | x_1, \tau) - w(x_2 | x_3) p(x_3 | x_1, \tau)] dx_2$$

Ana Denklem

Fokker-Planck denklemi, doğrusal olmayan sistemlerdeki dalgalanmaların olasılık dağılımı için bir çözüm verir. Tipik olarak, Fokker-Planck denklemi, ana denklemden **Kramers Moyal** genişlemesi ile türetilir.

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial x^n} [\alpha_n(x) P(x, t)]$$

$$\alpha_n(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x' - x)^n W(x' | x) dx'$$

$$\frac{d}{dt} p_n(t) = \sum_m [w_{nm} p_m(t) - w_{mn} p_n(t)]$$

Adımların küçük olduğu ve $P(x, t)$ 'nin x 'in yavaşça değişen bir fonksiyonu olduğu varsayımı yapılır.

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} [A(x) P(x, t)] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} [B(x) P(x, t)]$$

Fokker-Planck Denklemi

Riemann Liouville Kesirli Türev ve Anormal Taşınım

Giriş

Olasılığın Felsefi Temelleri

Brown Hareketi

Rastgele Yürüyüş

Difüzyon Denklemi

Chapman Kolmogorov ve Fokker-Planck

Kesirli Türev

Allee Etkisi

Beyaz Gürültü

Ortalama Yok Oluş Zamanı

Stokastik Sıfırlama

Sosyal Bilimlerde Stokastik Model

Bölüm II: Kinetik Kuram

Fiziksel ya da biyolojik sistemlerde pek çok taşınma olayı genellikle normal dağılımlı difüzyon ile açıklanamaz. Bununla birlikte kesirli türeve dayanan difüzyon denklemleri, bazı sistemlerde gözlenen tipik "*anormal*" özellikleri içerir. Özellikle birçok biyolojik ve fiziksel olayda gözlenen **anormal taşınım** olayı **kesirli difüzyon denklemleri** ile temsil edilir. **Kesirli türev yaklaşımı genelleştirilmiş bir ana denklemden asimtotik olarak çıkartılabilir.** Bununla birlikte kesirli mertebeden türev yaklaşımı standart kısmi türevli diferansiyel denklemler gibi alışlagelen matematiksel araçlar ile çalışma olanağı sağlaması bakımından önemli bir avantajdır.

Riemann Liouville Kesirli Türev

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \left(\frac{d}{dt} \right)^n \int_a^t \frac{f(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} \quad (n-1 \leq \alpha < n)$$

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = {}_0 D_t^{1-\alpha} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [DP(x,t)]$$

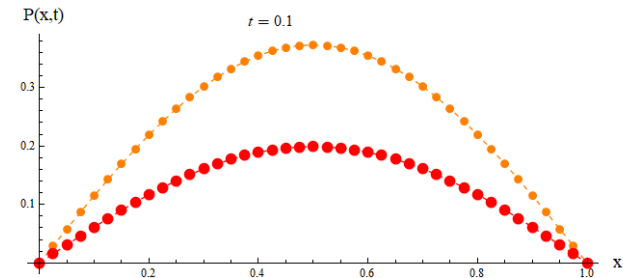
$$P(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{L\pi(2n+1)} \cos\left(\frac{\pi(2n+1)x}{L}\right) E_\alpha \left[-\frac{\pi^2 (2n+1)^2}{L^2} K_\alpha t^\alpha \right]$$

$$P(x,0) = \sin \pi x$$

- **Biyolojik makromoleküller** (Riegert ve diğ., 2005; Farahpour, 2007; Peters ve diğ., 2011)
- **Hücre zarından madde taşınması** (Chinlin, Herbert, 2000)
- **Kemotaksis** (Berg, Purcell, 1977)
- **Ameboid hareket** (Bödeker ve diğ., 2010)
- **Kardiyoloji** (Peng ve diğ., 1993; Ivanov ve diğ., 1999; Ashkenazy ve diğ., 2001)
- **Nöroloji** (Prusseit ve diğ., 2007; Bahraminasab ve diğ., 2009)
- **Tümör- immün etkileşimleri** (Patanarapeelert ve diğ., 2011)
- **Pürüzlü yüzeylerin yeniden yapılandırılması**
- **Kinetik teori** (Bringuier, 2009)
- **Ritmik insan hareketleri** (Mourik ve diğ., 2006; Gottschall, ve diğ., 2008)
- **Türbülans**

Mittag-Leffler Fonksiyonu

$$E_\alpha(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(k\alpha + 1)} \quad \alpha = 1 \quad E_1(z) = e^z$$



Allee Etkisi Gösteren Deterministik Bir Nüfus Modeline Hasat Eklemek

Giriş

Olasılığın Felsefi Temelleri

Brown Hareketi

Rastgele Yürüyüş

Difüzyon Denklemleri

Chapman Kolmogorov ve Fokker-Planck

Kesirli Türev

Allee Etkisi

Beyaz Gürültü

Ortalama Yok Oluş Zamanı

Stokastik Sıfırlama

Sosyal Bilimlerde Stokastik Model

Bölüm II: Kinetik Kuram

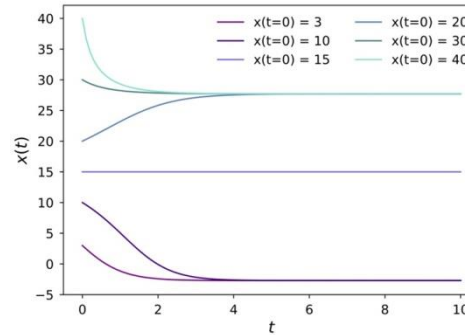
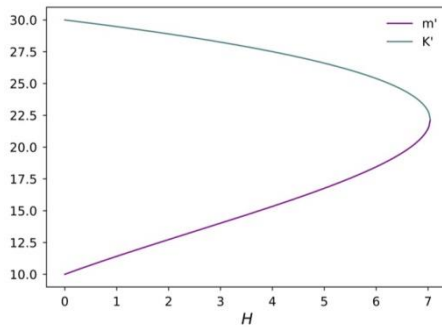
$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K} \right) (x - m)$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{r}{K} x^3 + r \left(1 + \frac{m}{K} \right) x^2 - rm x - H(x)$$

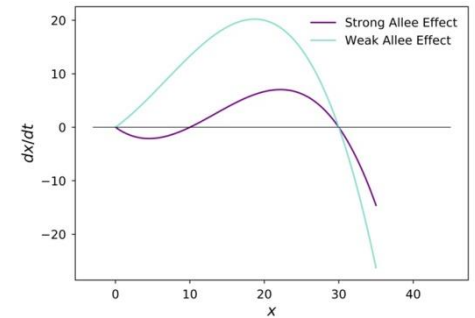
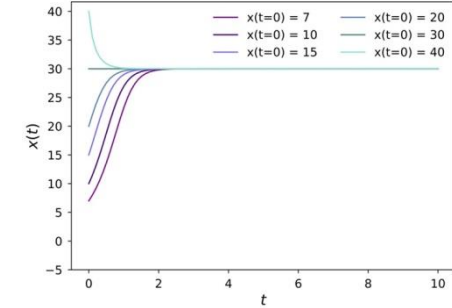
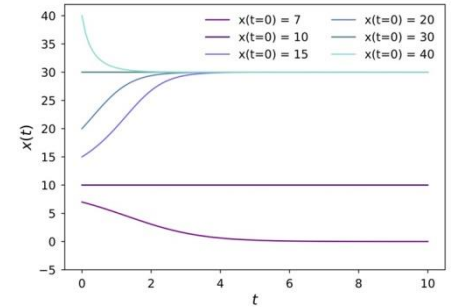
$$H(x) = H_1 x^2 + H_2 x \quad H(x) = \frac{hx}{b_1 + b_2 x}$$

$$K' = \frac{K}{2r} \left[r \left(1 + \frac{m}{K} - \frac{H_1}{r} \right) + \sqrt{r^2 \left(1 + \frac{m}{K} - \frac{H_1}{r} \right)^2 - 4 \frac{r}{K} (rm + H_2)} \right]$$

$$m' = \frac{K}{2r} \left[r \left(1 + \frac{m}{K} - \frac{H_1}{r} \right) - \sqrt{r^2 \left(1 + \frac{m}{K} - \frac{H_1}{r} \right)^2 - 4 \frac{r}{K} (rm + H_2)} \right]$$



Matematiksel Ekoloji



Beyaz Gürültü Altında Stokastik Model

Giriş

Olasılığın Felsefi Temelleri

Brown Hareketi

Rastgele Yürüyüş

Difüzyon Denklemleri

Chapman Kolmogorov ve Fokker-Planck

Kesirli Türev

Allee Etkisi

Beyaz Gürültü

Ortalama Yok Oluş Zamanı

Stokastik Sıfırlama

Sosyal Bilimlerde Stokastik Model

Bölüm II: Kinetik Kuram

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{r}{K}x^3 + r\left(1 + \frac{m}{K}\right)x^2 - (rm + H)x + x\zeta(t) + \psi(t)$$

$$\langle \zeta(t) \rangle = \langle \psi(t) \rangle = 0$$

$$\langle \zeta(t)\zeta(t') \rangle = 2D\delta(t-t')$$

$$\langle \psi(t)\psi(t') \rangle = 2\alpha\delta(t-t')$$

$$\langle \zeta(t)\psi(t') \rangle = 2\lambda\sqrt{D\alpha}\delta(t-t')$$

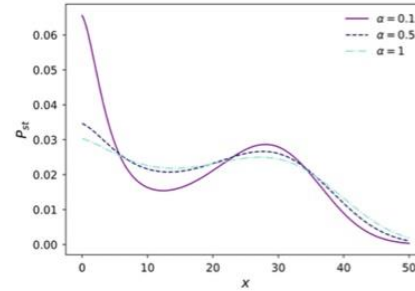
$$\frac{\partial}{\partial t}P(x,t) = -\frac{\partial}{\partial x}[A(x)P(x,t)] + \frac{\partial^2}{\partial x^2}[B(x)P(x,t)]$$

$$A(x) = -\frac{r}{K}x^3 + r\left(1 + \frac{m}{K}\right)x^2 - (r + H)x + Dx + \lambda\sqrt{D\alpha}$$

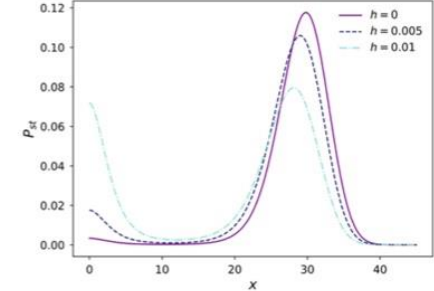
$$B(x) = Dx^2 + 2\lambda\sqrt{D\alpha}x + \alpha$$

$$P_{st} = \frac{N}{B(x)} \exp\left[\int^x \frac{A(x')}{B(x')} dx'\right]$$

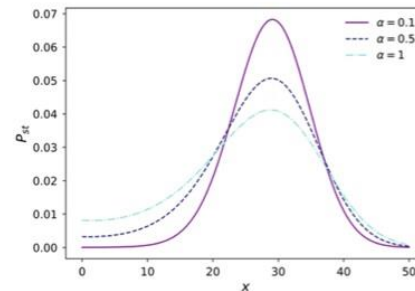
$$P_{st} = \frac{Ne^\eta}{\sqrt{Dx^2 + 2\lambda\sqrt{D\alpha}x + \alpha}}$$



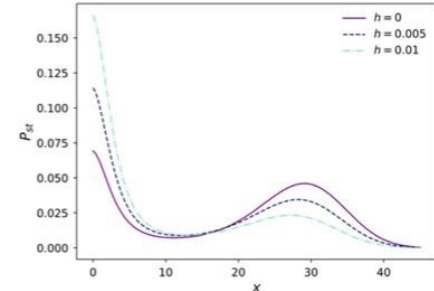
P_{st} as a function of x for different values of α when $r = 0.001$, $K = 30$, $m = 10$, $\lambda = 0.5$ and $D = 0.001$.



P_{st} as a function of x for different values of h when $r = 0.01$, $K = 30$, $m = 10$, $D = 0.001$, $\lambda = 0.5$ and $\alpha = 0.5$.



P_{st} as a function of x for different values of α when $r = 0.001$, $K = 30$, $m = -10$, $\lambda = 0.5$ and $D = 0.001$.



P_{st} as a function of x for different values of h when $r = 0.01$, $K = 30$, $m = 10$, $D = 0.005$, $\lambda = 0.5$ and $\alpha = 0.5$.

$$\eta = \frac{1}{2KD^3} \left[\varphi \ln \alpha + 2\gamma \arctan\left(\frac{\lambda\sqrt{\alpha D}}{\sqrt{\alpha D - \lambda^2 \alpha D}}\right) + 2Drx(D(K+m) + 2\lambda\sqrt{\alpha D})\varphi - D^2rx^2\varphi - \varphi \ln(\alpha + Dx^2 + 2\lambda x\sqrt{\alpha D}) - 2\gamma \arctan\left(\frac{Dx + \lambda\sqrt{\alpha D}}{\sqrt{\alpha D - \lambda^2 \alpha D}}\right) \right],$$

$$\varphi = \left[D(-\alpha r + DK(H + mr)) + 2D\lambda(K + m)r\sqrt{\alpha D} + 4\lambda^2 r\alpha D \right],$$

$$\gamma = \frac{(\alpha D^2(K + m)r - D\lambda(-3\alpha r + DK(H + mr))\sqrt{\alpha D} - 2D\lambda^2(K + m)r\alpha D - 4\lambda^3 r(\alpha D)^{3/2})}{\sqrt{\alpha D - \lambda^2 \alpha D}}.$$

Allee Etkisi Gösteren Bir Nüfus Modelinde Mikro Etkileşimler

Matematiksel Ekoloji

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{r}{K}x^3 + r\left(1 + \frac{m}{K}\right)x^2 - rm x - (H_1x^2 + H_2x)$$

$$\frac{dx}{dt} = (rm + H_2)x\left(1 - \frac{x}{K'}\right)\left(\frac{x}{m'} - 1\right)$$

$$r^2\left(1 + m/K - H_1/r\right)^2 > 4r(rm + H_2)/K$$

$$K' = \frac{K}{2r}\left[r\left(1 + \frac{m}{K} - \frac{H_1}{r}\right) + \sqrt{r^2\left(1 + \frac{m}{K} - \frac{H_1}{r}\right)^2 - 4\frac{r}{K}(rm + H_2)}\right]$$

$$m' = \frac{K}{2r}\left[r\left(1 + \frac{m}{K} - \frac{H_1}{r}\right) - \sqrt{r^2\left(1 + \frac{m}{K} - \frac{H_1}{r}\right)^2 - 4\frac{r}{K}(rm + H_2)}\right]$$

$$rm + H_2 > 0$$

$$rm + H_2 < 0$$

$$\frac{dP(n,t)}{dt} = \sum_r [W(n-r,r)P(n-r,t) - W(n,r)P(n,t)]$$

$$X \xrightarrow{\mu} (1+b-h_2)X$$

$$2X \xrightarrow{\lambda} (2+a-h_1)X$$

$$X \xrightarrow{\gamma} \emptyset$$

$$3X \xrightarrow{\beta} (3-c)X$$

$$W(n, a-h_1) = \frac{\lambda}{2}n(n-1)$$

$$W(n, b-h_2) = \mu n$$

$$W(n, -1) = \gamma n$$

$$W(n, -c) = \frac{\beta}{6}n(n-1)(n-2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{n=0}^{\infty} n^k P(n,t) = \frac{\lambda}{2} \sum_{n=0}^{\infty} [(n+a+h_1)^k - n^k] n(n-1) P(n,t)$$

$$+ \mu \sum_{n=0}^{\infty} [(n+b+h_2)^k - n^k] n P(n,t)$$

$$+ \gamma \sum_{n=0}^{\infty} [(n-1)^k - n^k] n P(n,t)$$

$$+ \frac{\beta}{6} \sum_{n=0}^{\infty} [(n-c)^k - n^k] n(n-1)(n-2)$$

$$\langle n^k \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} n^k P(n,t) \quad k=1 \quad \langle n^k \rangle = \langle n \rangle^k \quad \langle n \rangle = x$$

$$\frac{dx}{dt} = [\mu(b-h_2) - \gamma]x + \frac{\lambda}{2}(a-h_1)x^2 - \frac{\beta}{6}cx^3$$

Giriş

Olasılığın Felsefi Temelleri

Brown Hareketi

Rastgele Yürüyüş

Difüzyon

Denklemleri

Chapman

Kolmogorov ve

Fokker-Planck

Kesirli Türev

Allee Etkisi

Beyaz Gürültü

Ortalama

Yok Oluş Zamanı

Stokastik

Sıfırlama

Sosyal Bilimlerde

Stokastik Model

Bölüm II:

Kinetik Kuram

Tek Adımlı Süreçler ve Ortalama Yok Olma Zamanı

Giriş

Olasılığın Felsefi Temelleri

Brown Hareketi

Rastgele Yürüyüş

Difüzyon Denklemleri

Chapman Kolmogorov ve Fokker-Planck

Kesirli Türev

Allee Etkisi

Beyaz Gürültü

Ortalama Yok Oluş Zamanı

Stokastik Sıfırlama

Sosyal Bilimlerde Stokastik Model

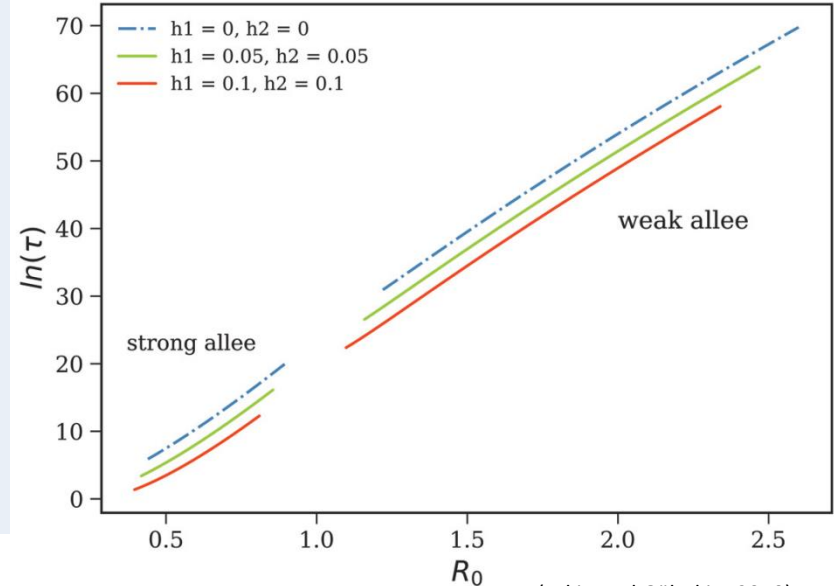
Bölüm II: Kinetik Kuram

$$\frac{dx}{dt} = \left[\mu(b - h_2) - \gamma \right] x + \frac{\lambda}{2} (a - h_1) x^2 - \frac{\beta}{6} c x^3$$

$$m' = \frac{3\lambda}{2c\beta} \left[(a - h_1) - \sqrt{(a - h_1)^2 + 8c\beta \frac{[\mu(b - h_2) - \gamma]}{3\lambda^2}} \right]$$

$$K' = \frac{3\lambda}{2c\beta} \left[(a - h_1) + \sqrt{(a - h_1)^2 + 8c\beta \frac{[\mu(b - h_2) - \gamma]}{3\lambda^2}} \right]$$

$$\gamma - \mu(b - h_2) > 0 \quad \gamma - \mu(b - h_2) < 0$$



(Eskin and Gültekin, 2019)

$$N(1 + \delta) \quad N = \frac{3\lambda(a - h_1)}{2\beta c}$$

$$N(1 - \delta) \quad R_0 = \frac{\mu(b - h_2)}{\gamma}$$

$$\delta^2 = 1 + \frac{8\beta c [\mu(b - h_2) - \gamma]}{3\lambda^2 (a - h_1)^2}$$

$$t \rightarrow \gamma t \quad q = n / N$$

$$W(Nq, r_i) = Nw_{r_i}(q) + u_{r_i}(q) + O(N^{-1})$$

Hamilton formalizminde WKB yaklaşımı kullanılarak elde ediliyor.

$$\tau = \frac{1}{\gamma(R_0 - 1)} \left[\frac{2\pi R_0 w'_-(q_e^s)}{N w'_+(q_e^s) [w'_-(q_e^s) w_+(q_e^s) - w'_+(q_e^s) w_-(q_e^s)]} \right]^{0.5} e^{N \int_0^{q_e^s} \ln \left[\frac{w_+(q)}{w_-(q)} \right] dq + \int_0^{q_e^s} \left[\frac{u_+(q)}{w_+(q)} - \frac{u_-(q)}{w_-(q)} \right] dq}$$

$$\tau = \frac{2\pi}{\gamma} \left[\frac{w_-(q_e^u) w_+(q_e^u)}{[w'_-(q_e^s) w_+(q_e^s) - w'_+(q_e^s) w_-(q_e^s)] [w'_-(q_e^u) w_+(q_e^u) - w'_+(q_e^u) w_-(q_e^u)]} \right]^{0.5} e^{N \int_{q_e^s}^{q_e^u} \ln \left[\frac{w_+(q)}{w_-(q)} \right] dq + \int_{q_e^s}^{q_e^u} \left[\frac{u_+(q)}{w_+(q)} - \frac{u_-(q)}{w_-(q)} \right] dq}$$

(Assaf and Meerson, 2010)

Stokastik Sıfırlama

Giriş

Olasılığın Felsefi Temelleri

Brown Hareketi

Rastgele Yürüyüş

Difüzyon Denklemleri

Chapman Kolmogorov ve Fokker-Planck

Kesirli Türev

Allee Etkisi

Beyaz Gürültü

Ortalama Yok Oluş Zamanı

Stokastik Sıfırlama

Sosyal Bilimlerde Stokastik Model

Bölüm II: Kinetik Kuram

$$\frac{dx}{dt} = \eta(t)$$

$$\langle \eta(t) \rangle = 0, \quad \langle \eta(t) \eta(t') \rangle = 2D \delta(t - t')$$

$$x(t) = x_0 + \int_0^t \eta(t') dt'$$

$$P(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-(x-x_0)^2/4Dt}$$

$$x(t+dt) = \begin{cases} x_0 & \text{rdt olasılığı ile} \\ x(t) + \xi(t)(dt)^{1/2} & (1-rdt) \text{ olasılığı ile} \end{cases}$$

$$\langle \xi(t) \rangle = 0, \quad \langle \xi(t) \xi(t') \rangle = 2D \delta(t - t')$$

$$\frac{\partial P(x, t | x_0)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 P(x, t | x_0)}{\partial x^2} - rP(x, t | x_0) + r\delta(x - x_0)$$

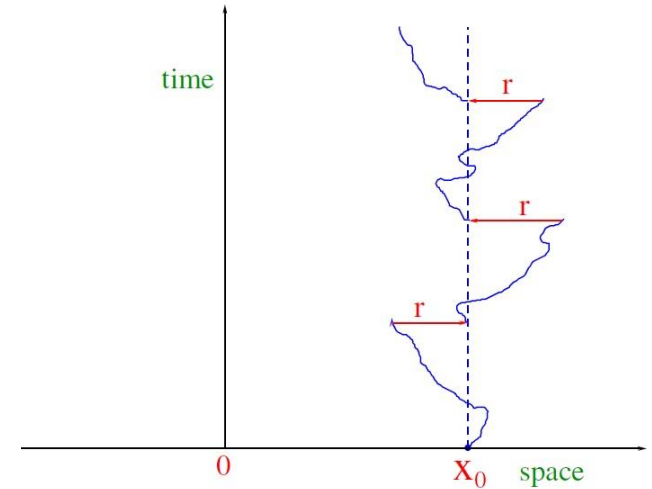
$$P(x, 0) = \delta(x - x_0)$$

$$P_{st}(x | x_0) = \sqrt{\frac{r}{4D}} \exp\left(-\sqrt{\frac{r}{D}} |x - x_0|\right)$$

Dengesiz durağan durum yaratmak!

Fizik, kimya, biyoloji, ekoloji, çeşitli mühendislikler ve ekonomi gibi alanlarda somut uygulamaları var.

- Hayvan arama modelleri
- Protein – DNA etkileşimleri
- Her çeşit difüzyon süreci
- Finans piyasaları ve ekonomi
- Nüfus dinamikleri ve felaketler
- Çeşitli arama algoritmaları



Sosyal Bilimlerde Stokastik Modelleme

Giriş

Olasılığın Felsefi
Temelleri

Brown Hareketi

Rastgele Yürüyüş

Difüzyon
Denklemleri

Chapman
Kolmogorov ve
Fokker-Planck

Kesirli Türev

Allee Etkisi

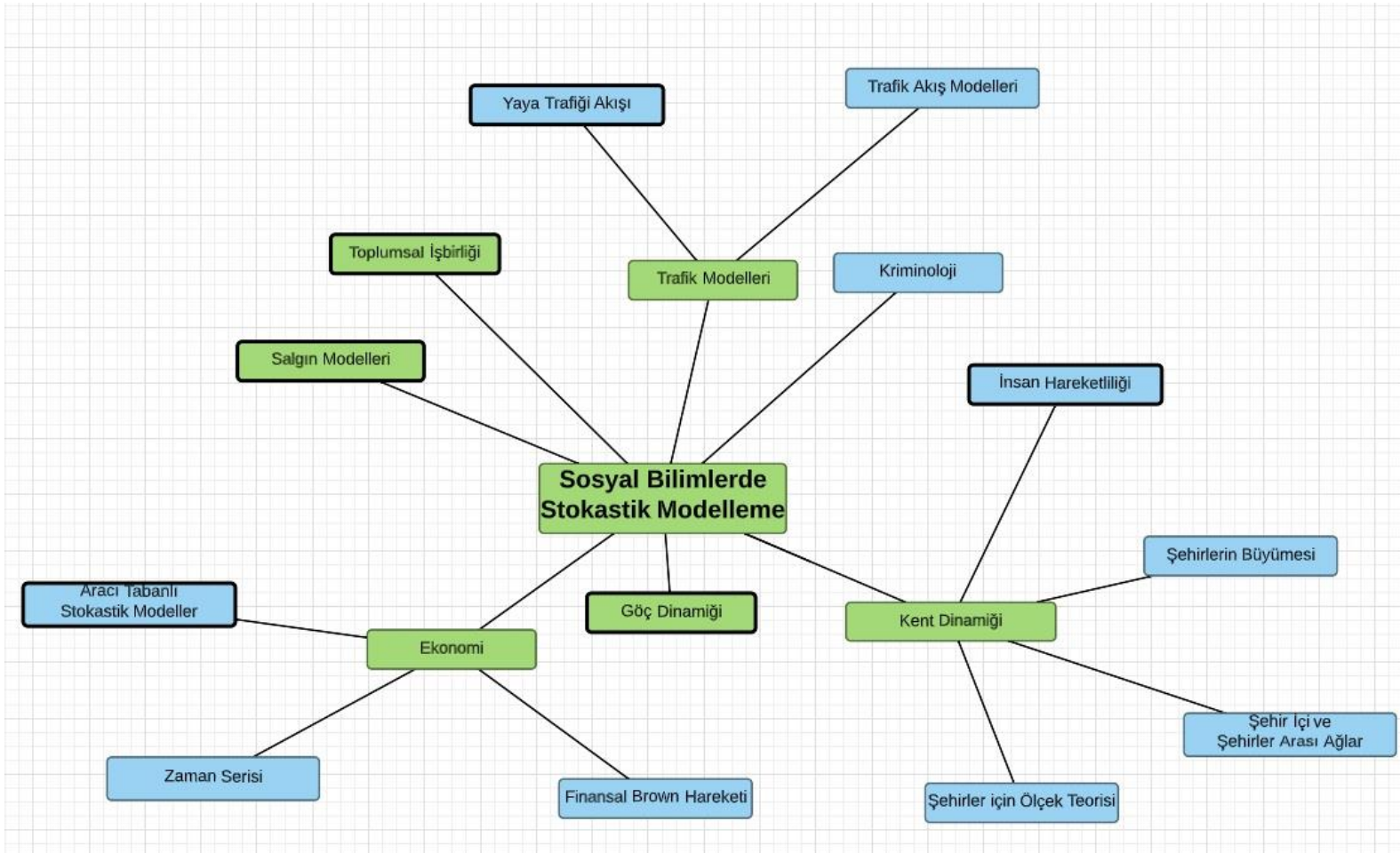
Beyaz Gürültü

Ortalama
Yok Oluş Zamanı

Stokastik
Sıfırlama

Sosyal Bilimlerde
Stokastik Model

Bölüm II:
Kinetik Kuram



Bölüm II: Plazma Fiziğinde Kinetik Kuram

Bölüm II: Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge Kuramı

Klimontovich Sistemi

Vlasov Denklemi

Koronanın Isıtılma Problemi

Termonükleer Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik Denklem

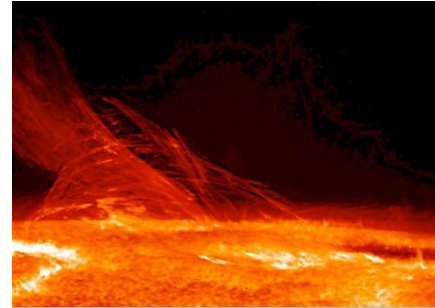
Renormalizasyon

Dupree Terimi

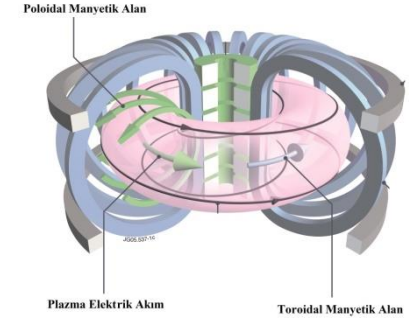
Sonuçlar

Plazma nedir?

- Astrofiziksel Plazmalar
- Füzyon Plazması
- Diğer Plazmalar



Hinode JAXA/NASA, 12 Ocak 2007



Plazmanın Betimlenmesinde Üç Temel Yaklaşım

- Parçacık Yörünge Kuramı
- Akışkan Betimlemesi
İki-Akışkan Modeller, Tek-Akışkan Betimlemesi (MHD yaklaşımı)
- Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge Kuramı

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad m \frac{dv_x}{dt} = qv_y B \quad m \frac{dv_z}{dt} = 0 \quad \omega_c \equiv \frac{qB}{m} \quad x - x_0 = r_L \sin(\omega_c t + \phi)$$

$$\mathbf{E} = 0 \quad \mathbf{B} = B\hat{z} \quad m \frac{dv_y}{dt} = -qv_x B \quad r_L \equiv \frac{v_\perp}{\omega_c} = \frac{mv_\perp}{|q|B} \quad y - y_0 = r_L \cos(\omega_c t + \phi)$$

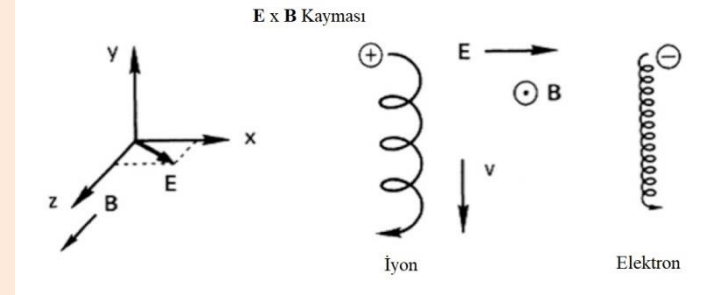
$$z - z_0 = v_\parallel t$$

E x B Kayması

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0$$

$$\mathbf{E} \times \mathbf{B} = \mathbf{B} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = vB^2 - \mathbf{B}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B})$$

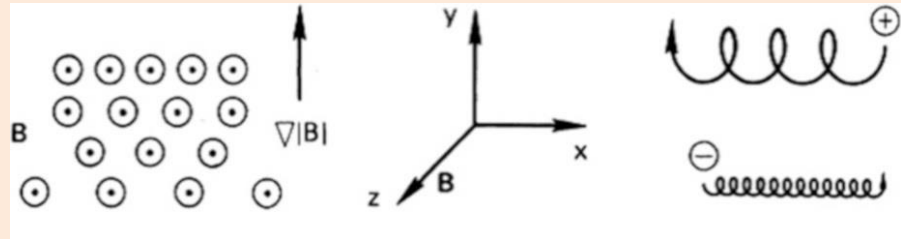
$$\mathbf{v}_{\perp} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}$$



Grad-B Kayması

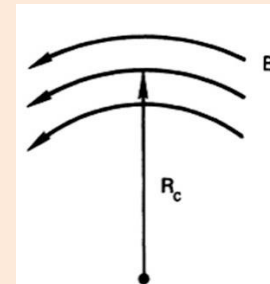
$$\nabla B \perp B$$

$$\mathbf{v}_{\nabla B} = \pm \frac{1}{2} v_\perp r_L \frac{\mathbf{B} \times \nabla B}{B^2}$$



Eğrilik Sürüklenmesi

$$\mathbf{v}_{\nabla B} + \mathbf{v}_R = \frac{m}{q} \frac{\mathbf{R}_c \times \mathbf{B}}{R_c^2 B^2} \left(v_\parallel^2 + \frac{v_\perp^2}{2} \right)$$



Klimontovich Sistemi

$$F_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \sum_{k=1}^{N_s} \delta[\mathbf{x} - \mathbf{x}_k(t)] \delta[\mathbf{v} - \mathbf{v}_k(t)] \quad \frac{\partial}{\partial t} F_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \sum_{k=1}^{N_s} \left(\frac{\partial F_s}{\partial \mathbf{x}_k} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}_k}{\partial t} + \frac{\partial F_s}{\partial \mathbf{v}_k} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}_k}{\partial t} \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} F_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) &= \sum_{k=1}^{N_s} \left[\frac{\partial F_s}{\partial \mathbf{x}_k} \cdot \mathbf{v}_k + \frac{\partial F_s}{\partial \mathbf{v}_k} \cdot \frac{q_s}{m_s} [\mathbf{E}(\mathbf{x}_k, t) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{x}_k, t)] \right] & \sum_{k=1}^{N_s} \frac{\partial F_s}{\partial \mathbf{v}_k} &= - \frac{\partial F_s}{\partial \mathbf{v}} \\ &= \sum_{k=1}^{N_s} \left[\frac{\partial F_s}{\partial \mathbf{x}_k} \cdot \mathbf{v} + \frac{\partial F_s}{\partial \mathbf{v}_k} \cdot \frac{q_s}{m_s} [\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)] \right] & \sum_{k=1}^{N_s} \frac{\partial F_s}{\partial \mathbf{x}_k} &= - \frac{\partial F_s}{\partial \mathbf{x}} \end{aligned}$$

Klimontovich Denklemi

$$\frac{\partial F_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial F_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{x}} + \frac{q_s}{m_s} [\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)] \cdot \frac{\partial F_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{v}} = 0$$

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\varepsilon_0} \hat{\sigma}(\mathbf{r}, t)$$

$$\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t) = \sum_s q_s \int \mathbf{v} F_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3v$$

$$\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t) \quad \text{Akım Yoğunluğu}$$

$$\nabla \times \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = - \frac{\partial \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$$

$$\hat{\sigma}(\mathbf{r}, t) = \sum_s q_s \int F_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3v$$

$$\hat{\sigma}(\mathbf{r}, t) \quad \text{Yük Yoğunluğu}$$

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t) = 0$$

Bunlar yörüngeleri boyunca hareket eden taneciklerin yarattığı büyüklükler.

$$\nabla \times \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \mu_0 \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t)$$

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemi

Korananın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklem

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

Vlasov Denklemi

$$f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \langle F_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \rangle$$

Vlasov Denklemi

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} + \frac{q}{m} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right) \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0$$

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\epsilon_0} \hat{\sigma}(\mathbf{r}, t)$$

$$\nabla \times \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t) = 0$$

$$\nabla \times \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \mu_0 \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t)$$

$$\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t) = \sum_s q_s \int \mathbf{v} F_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3v$$

$$\hat{\sigma}(\mathbf{r}, t) = \sum_s q_s \int F_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3v$$

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemi

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklem

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

Koronanın Isıtılma Problemi

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

**Koronanın
Isıtılma Problemi**

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

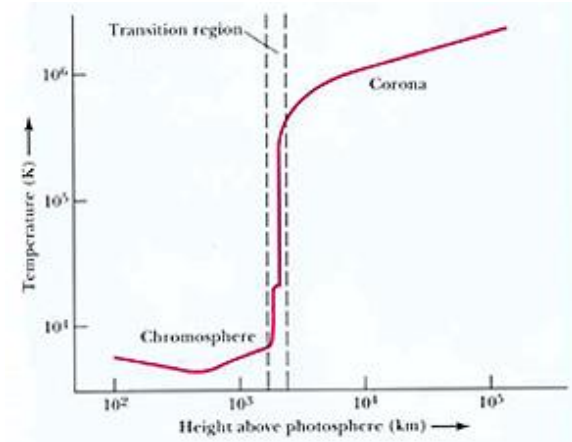
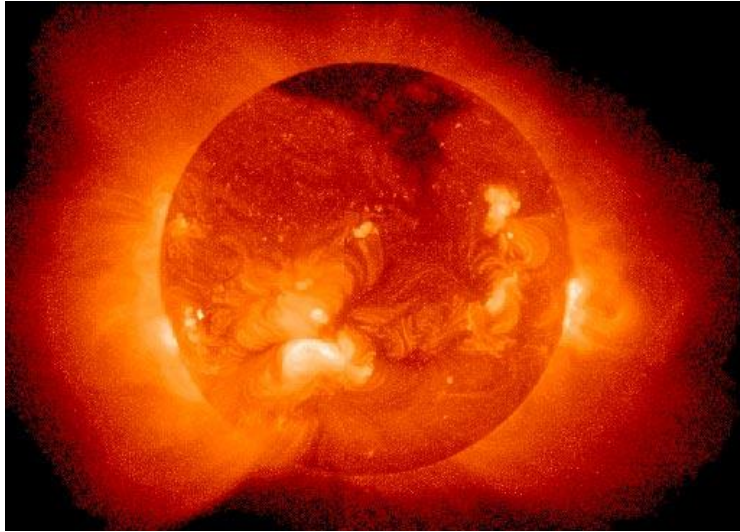
ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar



Problem: Koronanın sıcaklığı alt katmanlara göre çok yüksek!

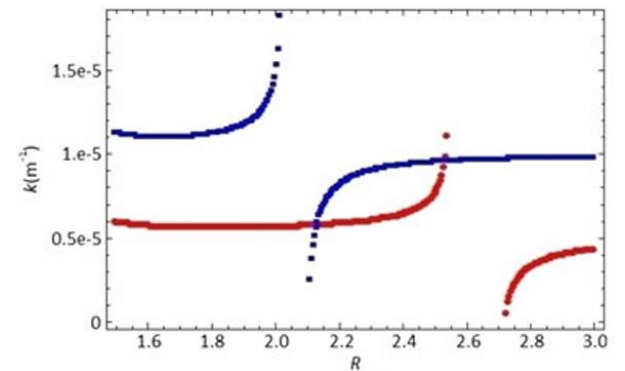
Soru: Koronayı ısıtan temel fiziksel mekanizma nedir?

$$-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega) f + \frac{q}{m} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0) \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = -\frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}}$$

$$\frac{\omega_{ip}^2}{(\omega - \omega_{ic})^3 \alpha_{\parallel}^3 \sqrt{\pi}} \left[\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} - 1 \right] k^3 + \left[\frac{\omega_{ip}^2}{2(\omega - \omega_{ic})^2 \alpha_{\parallel}^2} \left(\frac{\omega}{\omega - \omega_{ic}} + \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} - 1 \right) + c^2 \right] k^2 + \left[\frac{\omega_{ip}^2}{\sqrt{\pi}(\omega - \omega_{ic}) \alpha_{\parallel}} \left(\frac{\omega}{\omega - \omega_{ic}} + \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} - 1 \right) \right] k + \frac{\omega_{ip}^2 \omega}{(\omega - \omega_{ic})} - \omega^2 - R = 0$$

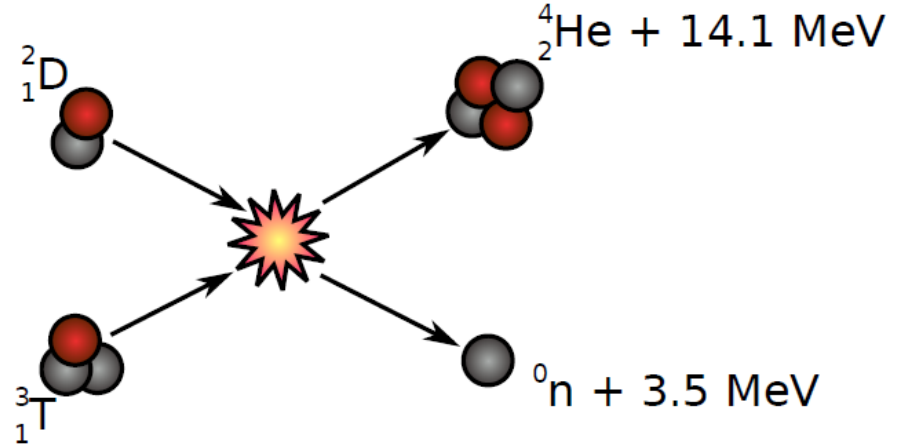
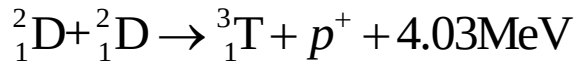
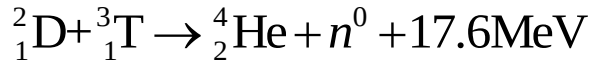
$$\omega_{ic} = \frac{q_i B}{m_i} \quad \omega_{ip} = \sqrt{\frac{N_0^{OVI} q_i^2}{\epsilon_0 m_i}}$$

$$T_{\perp}^{O^{5+}} > T_{\perp}^{He^{++}} > T_{\perp}^{proton} > T_{\perp}^{elektron}$$



Termonükleer Füzyon

Füzyon reaktörleri için araştırmaların yoğunlaştığı hidrojenin döteryum ve trityum izotopları arasında gerçekleşen füzyon reaksiyonları



Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemi

Koronanın
Isıtılma Problemi

**Termonükleer
Füzyon**

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

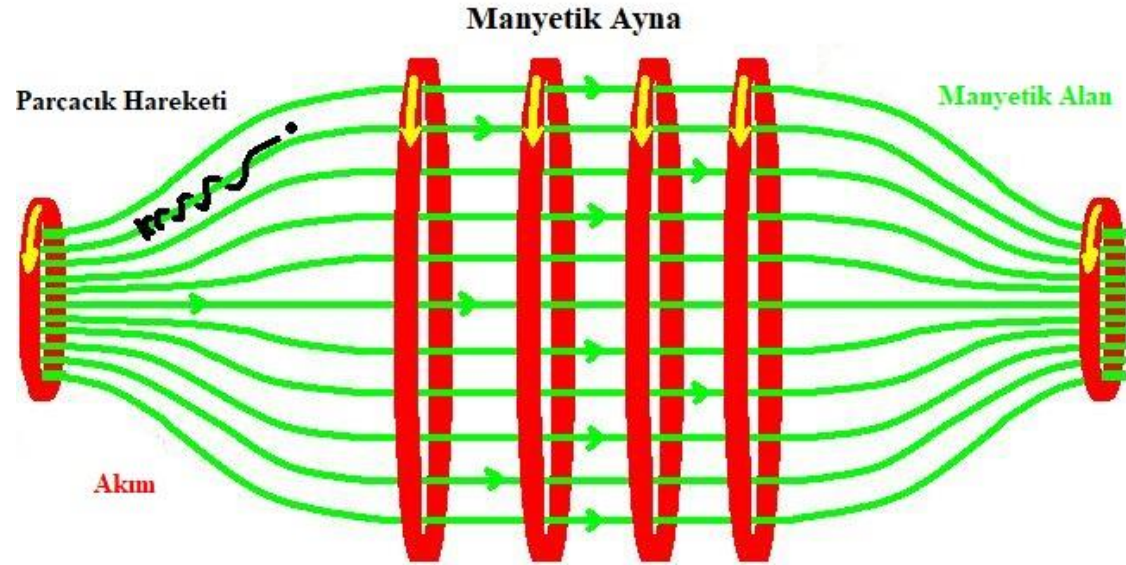
Gyrokinetik
Denklem

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

Plazmanın Hapsedilmesi: Manyetik Ayna



$$\mu = \frac{\frac{1}{2}mv_{\perp}^2}{B}$$

Manyetik moment korunur.

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemi

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

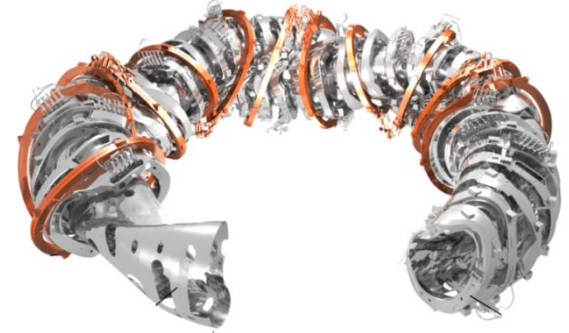
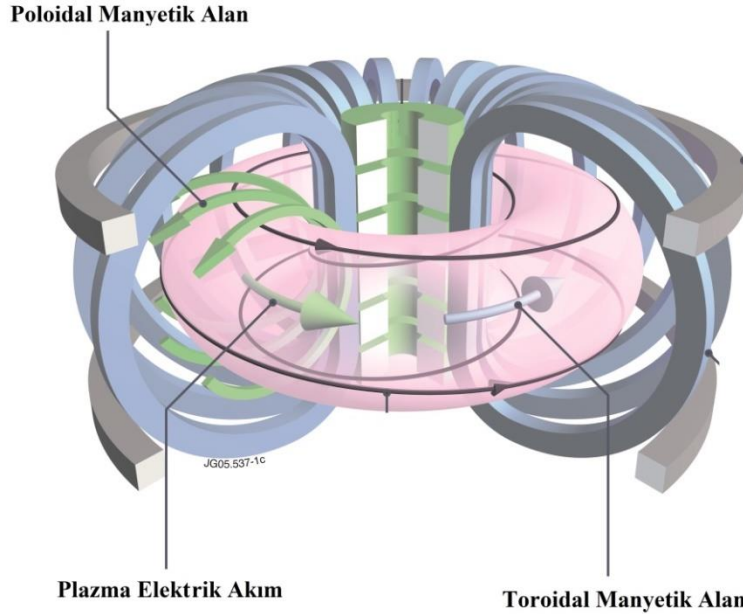
Gyrokinetik
Denklem

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

Plazmanın Hapsedilmesi: Tokamak



Tokamak

Stellarator

toroid-hazne-mıknatıs-bobin

wendelstein 7-x (2015)

- Bölüm II:
- Kinetik Kuram
- Parçacık Yörünge Kuramı
- Klimontovich Sistemi
- Vlasov Denklemi
- Koronanın Isıtılma Problemi
- Termonükleer Füzyon
- Tokamak**
- ITER
- ITG Türbülans
- Gyrokinetik Denklem
- Renormalizasyon
- Dupree Terimi
- Sonuçlar

ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor)

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemi

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

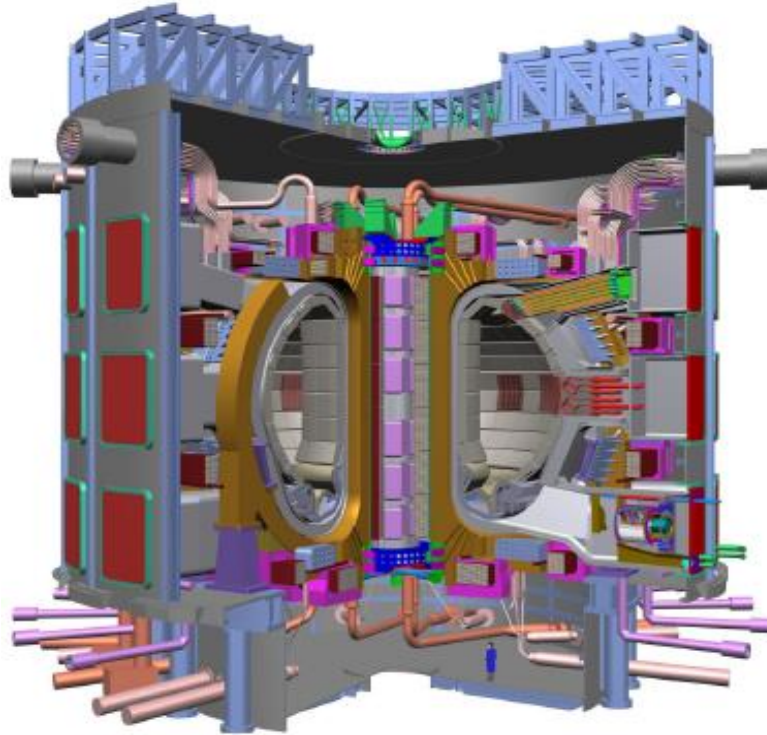
ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklem

Renormalizasyon

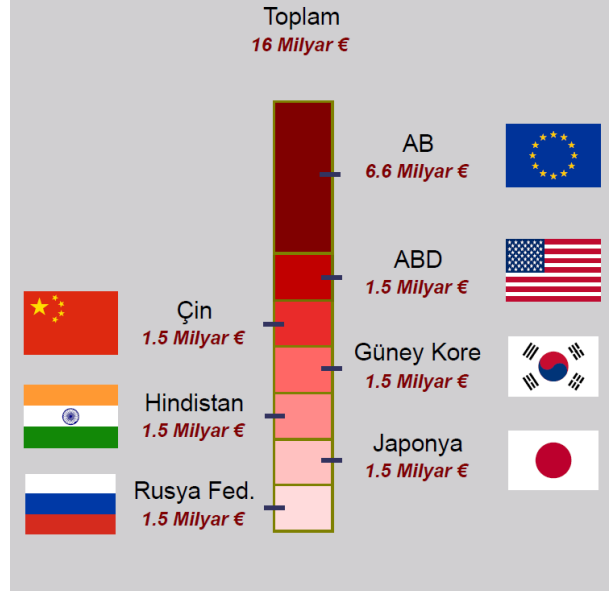
Dupree Terimi

Sonuçlar



$Q = 10$, Hacmi 830 m^3

Üye ülkelerin ITER sponsorluk miktarları



ITG (İyon Sıcaklık Gradyenti) Türbülans

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemi

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

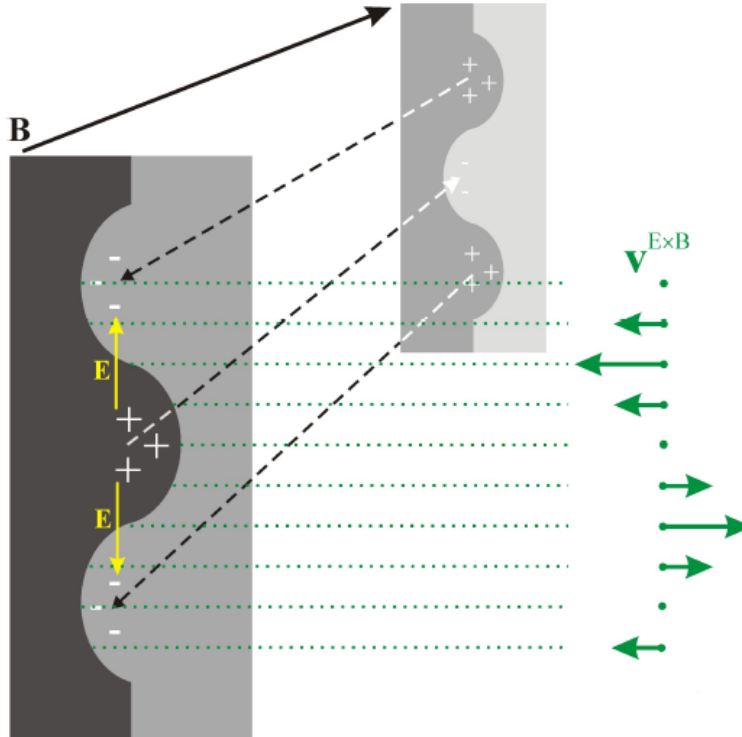
ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklem

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

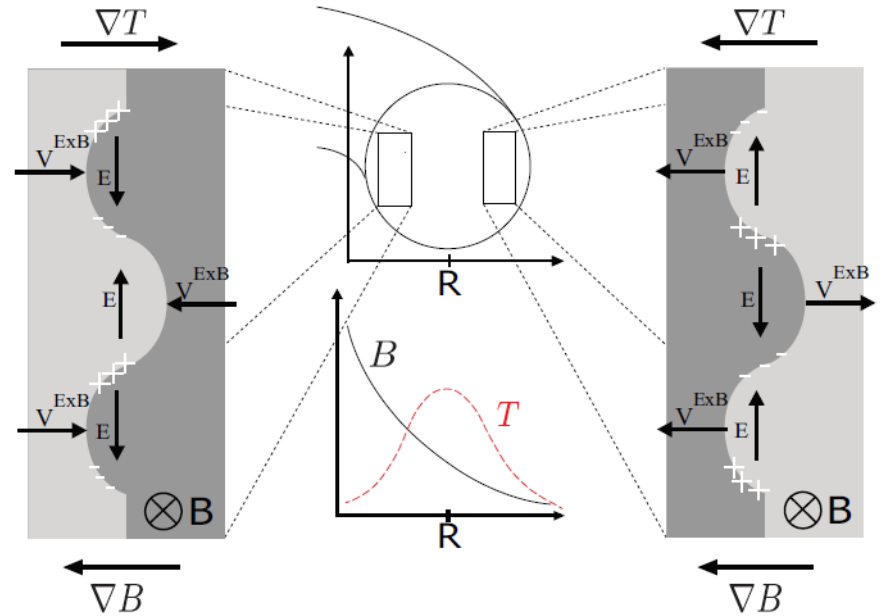
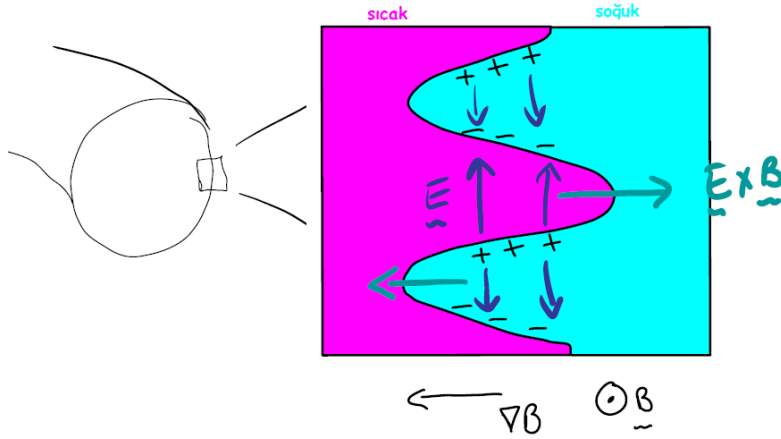


Tokamaklarda iyon ısı taşınımının temel nedeni sürüklenme dalgası mikro kararsızlıklardır. Anormal taşınımında en etkili kararsızlığın ITG kararsızlığı olduğunu biliyoruz.

Lineer Olmayan ITG ilk teorik çalışmaları: **Mattor ve Diamond (1989)**, **Hahm ve Tang (1990)**, **Mattor (1992)**

ITG kararsızlıkları Rayleigh–Bénard konveksiyonunun 2 boyutlu özelliklerini paylaşır. (**Horton ve diğ., 1981**; **Hu ve Horton, 1997**)

ITG (İyon Sıcaklık Gradyenti) Türbülans



Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

Gyrokinetik Denklem

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemi

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

**Gyrokinetik
Denklem**

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

Güçlü bir manyetik alanın varlığında ivme içindeki baskın terim Lorentz kuvvetinden gelir.

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{c} (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Bu dönme hareketi manyetik füzyon çalışmaları açısından önemsizdir. Bu nedenle dönme hareketini boşlayacak bir dönüşüm yapılır.

$$\boldsymbol{\rho}_L = -\frac{\mathbf{v}_\perp \times \hat{\mathbf{b}}}{\Omega_L} \quad \mathbf{R} = \mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}_L = \mathbf{r} + \frac{\mathbf{v}_\perp \times \hat{\mathbf{b}}}{\Omega_L}$$

$$\{\mathbf{r}, \mathbf{v}\} \rightarrow \{\mathbf{R}, E, \mu, \phi\} \quad E = \frac{v^2}{2} \quad \mu = \frac{v_\perp^2}{2B}$$

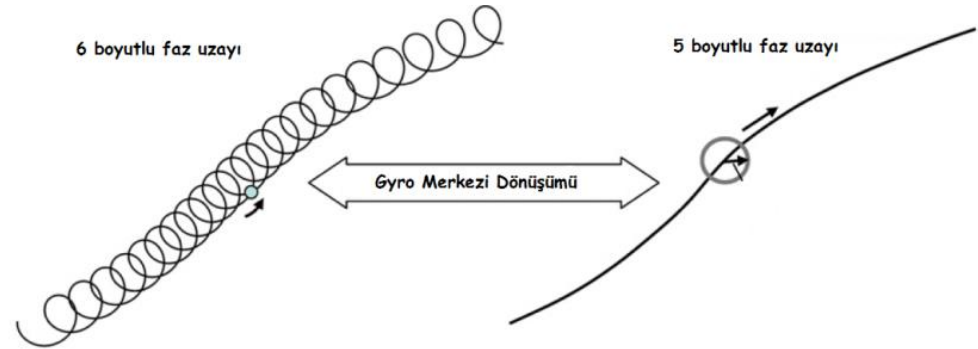
$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}} + \frac{\partial v_\parallel}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial}{\partial v_\parallel} + \frac{\partial \mu}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial}{\partial \mu} + \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial}{\partial \phi}$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{v}} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}} + \hat{\mathbf{b}} \frac{\partial}{\partial v_\parallel} + \frac{\partial \mu}{\partial \mathbf{v}} \cdot \frac{\partial}{\partial \mu} + \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{v}} \frac{\partial}{\partial \phi}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \left\{ \left[\mathbf{I} - \nabla \left(\frac{\hat{\mathbf{b}}}{c} \right) \times \mathbf{v} \right] \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{R}} + (\nabla \hat{\mathbf{b}}) \cdot \mathbf{v}_\perp \frac{\partial f}{\partial v_\parallel} + \frac{\partial \mu}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial f}{\partial \mu} + \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial f}{\partial \phi} \right\} \\ + \frac{e}{m} \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \cdot \left\{ \frac{\mathbf{I} \times \hat{\mathbf{b}}}{\Omega_L} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{R}} + \hat{\mathbf{b}} \frac{\partial f}{\partial v_\parallel} + \frac{\mathbf{v}_\perp}{B} \frac{\partial f}{\partial \mu} + \frac{\hat{\boldsymbol{\phi}}}{v_\perp} \frac{\partial f}{\partial \phi} \right\} = 0 \end{aligned}$$

$$\mathbf{K} = \frac{e}{m} \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \mathbf{K} + \delta \mathbf{K} \quad f = F_0 + \delta f$$

$$\delta f = \delta g - \frac{e \delta \Phi}{T} F_0 \quad F_0 = \frac{n(\mathbf{R}_\perp) e^{-\frac{m}{2T(\mathbf{R}_\perp)}(v_\parallel^2 + 2\mu B)}}{(2\pi T(\mathbf{R}_\perp)/m)^{3/2}}$$



Alanlar faz ortalamalarıyla yer değiştirir:

$$\langle \delta \phi(\mathbf{R}) \rangle = \sum_k J_0 \left(\frac{v_\perp k_\perp}{\Omega_L} \right) \delta \phi_k e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}}$$

Stable and unstable roots of ion temperature gradient driven mode using curvature modified plasma dispersion functions

Ö Gültekin¹ and Ö D Gürçan^{2,3} 

¹Department of Physics, Istanbul University, Istanbul, 34134, Turkey

²CNRS, Laboratoire de Physique des Plasmas, Ecole Polytechnique, Palaiseau, France

³Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, Paris, France

Generalized curvature modified plasma dispersion functions and Dupree renormalization of toroidal ITG

Ö Gültekin¹ and Ö D Gürçan^{2,3} 

¹Department of Physics, Istanbul University, Istanbul, 34134, Turkey

²CNRS, Laboratoire de Physique des Plasmas, Ecole Polytechnique, Palaiseau, France

³Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, Paris

Lineer Gyrokinetik Denklem ve Dağılım Bağlantısı

ITG mod için

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta g + \left[v_{\parallel} \frac{\mathbf{B}^*}{B} + \frac{\mu}{eB} \hat{\mathbf{b}} \times \nabla B \right] \cdot \nabla \delta g = \frac{e}{T_i} F_0 \frac{\partial}{\partial t} \langle \delta \phi \rangle - F_0 \frac{\hat{\mathbf{b}}}{B} \times \nabla \langle \delta \phi \rangle \cdot \left[\frac{1}{n} \nabla n + \left(\frac{E}{T} - \frac{3}{2} \right) \frac{1}{T} \nabla T \right]$$

Fourier-Laplace dönüşümü yaparak $\delta g_k(\omega)$ çözülür.

$$\delta n_e = \delta n_i$$

Yük nötrlüğü varsayımı

$$\frac{\delta n_e}{n_0} = \frac{e\phi}{T_e}$$

Adyabatik elektron

$$\delta n_i = \frac{-e\phi n_0}{T_i} + \int \delta g_k J_0 v_{\perp} dv_{\perp} dv_{\parallel}$$

Toroidal ITG mod için dağılım bağlantısı

$$\varepsilon(k, \omega) = 1 + \frac{1}{\tau} - \int \frac{\omega - \omega_{*k}^{T_i}(\mathbf{v})}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - \omega_D(\mathbf{v})} \frac{e^{-\frac{(v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2)}{2v_{Ti}^2}}}{\sqrt{2\pi} v_{Ti}^3} J_0^2 \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega_i} \right) v_{\perp} dv_{\perp} dv_{\parallel} = 0$$

$$\frac{T_i}{T_e} = \frac{1}{\tau}$$

$$v_{Ti} = \left(\frac{2T_i}{m_i} \right)^{1/2}$$

$$\omega_D = \frac{\hat{\omega}_D}{v_{Ti}^2} \left(\frac{v_{\perp}^2}{2} + v_{\parallel}^2 \right)$$

$$\omega_{*k}^{T_i} = \omega_{*i} \left[1 + \left(\frac{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}{2v_{Ti}^2} - \frac{3}{2} \right) \eta_i \right]$$

$$\eta_i = d(\ln T_i) / d(\ln n_0)$$

$$x_{\parallel} = \frac{v_{\parallel}}{\sqrt{2}v_{Ti}}$$

$$x_{\perp} = \frac{v_{\perp}}{\sqrt{2}v_{Ti}}$$

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

**Gyrokinetik
Denklem**

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

I_{nm} İntegralleri

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Korananın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

$$\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \frac{1}{\tau} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\omega_{Di}} \int \frac{\omega - \omega_{*i} \left[1 + \left(x_{\perp}^2 + x_{\parallel}^2 - \frac{3}{2} \right) \eta_i \right]}{\left(x_{\parallel}^2 + \frac{x_{\perp}^2}{2} - \frac{\omega}{\omega_{Di}} + \frac{\sqrt{2} k_{\parallel} v_{ti}}{\omega_{Di}} x_{\parallel} \right)} e^{-x^2} J_0^2(\sqrt{2b} x_{\perp}) x_{\perp} dx_{\perp} dx_{\parallel}$$

$$I_{nm}(\zeta_{\alpha}, \zeta_{\beta}, b) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} dx_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{\parallel} \frac{x_{\perp}^n x_{\parallel}^m J_0^2(\sqrt{2b} x_{\perp}) e^{-x^2}}{\left(x_{\parallel}^2 + \frac{x_{\perp}^2}{2} + \zeta_{\alpha} - \zeta_{\beta} x_{\parallel} \right)}$$

$$I_{nm}(\zeta_{\alpha}, \zeta_{\beta}, b) = 2 \int_0^{\infty} dx_{\perp} \left[x_{\perp}^n g_m(x_{\perp}) J_0^2(\sqrt{2b} x_{\perp}) e^{-x_{\perp}^2} \right]$$

$$g_m(x_{\perp}) = G_m(z_1(x_{\perp}), z_2(x_{\perp}))$$

$$G_m(z_1, z_2, \dots, z_n) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_{\parallel}^m e^{-x_{\parallel}^2}}{\prod_{i=1}^n (x_{\parallel} - z_i)} dx_{\parallel}$$

$$z_{1,2}(x_{\perp}) = \frac{1}{2} \left(\zeta_{\beta} \pm \sqrt{\zeta_{\beta}^2 - 2(x_{\perp}^2 + 2\zeta_{\alpha})} \right)$$

$$\delta I_{nm}(\zeta_a, \zeta_b, b) = -i\sqrt{\pi} 2^{\frac{n+3}{2}} w^{\frac{n}{2}} \int_{-1}^1 d\mu \left[(1-\mu^2)^{\frac{n-1}{2}} \left(\mu\sqrt{w} + \frac{\zeta_b}{2} \right)^m J_0^2\left(2\sqrt{bw}(1-\mu^2)\right) e^{-2(1-\mu^2)w - \left(\mu\sqrt{w} - \frac{\zeta_b}{2}\right)^2} \right]$$

$$\Delta I_{nm}(\zeta_b, \zeta_c, b) = \begin{cases} 0 & \text{Im}[\zeta_c] > 0 \\ \delta I_{nm} \times \frac{1}{2} & \text{Im}[\zeta_c] = 0 \\ 1 & \text{Im}[\zeta_c] < 0 \end{cases}$$

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 1 + \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\omega_{Di}} \left(I_{10} \left[\omega + \left(1 - \frac{3}{2} \eta_i \right) \right] + (I_{30} + I_{12}) \eta_i \right) = 0$$

Sayısal Yaklaşım

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

$$\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \frac{1}{\tau} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\omega_{Di}} \int \frac{\omega - \omega_{*i} \left[1 + \left(x_{\perp}^2 + x_{\parallel}^2 - \frac{3}{2} \right) \eta_i \right]}{\left(x_{\parallel}^2 + \frac{x_{\perp}^2}{2} - \frac{\omega}{\omega_{Di}} + \frac{\sqrt{2} k_{\parallel} v_{ti}}{\omega_{Di}} x_{\parallel} \right)} e^{-x^2} J_0^2(\sqrt{2b} x_{\perp}) x_{\perp} dx_{\perp} dx_{\parallel}$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \varepsilon(\omega, \mathbf{k}) \equiv \frac{1}{\omega_{Di}} I_{10} + \frac{1}{\omega_{Di}^2} \left(J_{10} \left[\omega + \left(1 - \frac{3}{2} \eta_i \right) \right] + (I_{30} + I_{12}) \eta_i \right)$$

$$\oint_C \frac{\frac{\partial}{\partial \omega} \varepsilon(\omega, \mathbf{k})}{\varepsilon(\omega, \mathbf{k})} d\omega = 2\pi i (N - P)$$

$$J_{nm}(\zeta_a, \zeta_b, b) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} dx_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{\parallel} \frac{x_{\perp}^n x_{\parallel}^m J_0^2(\sqrt{2b} x_{\perp}) e^{-x^2}}{\left(x_{\parallel}^2 + \frac{x_{\perp}^2}{2} + \zeta_a - \zeta_b x_{\parallel} \right)^2}$$

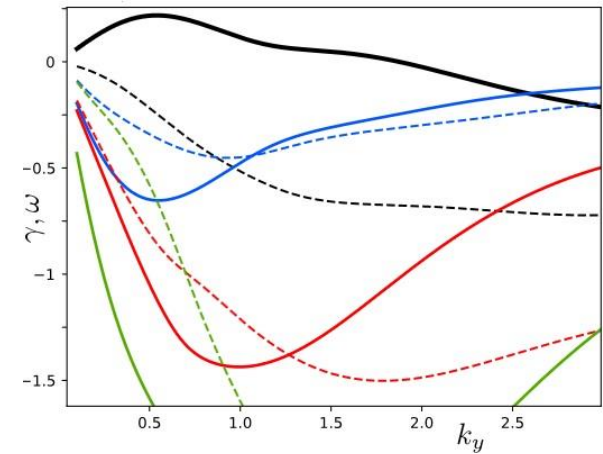
$$\frac{\partial I_{nm}}{\partial \omega} = -\frac{1}{\omega_{Di}} J_{nm}$$

$$\frac{\partial I_{nm}}{\partial \zeta_a} = -J_{nm}$$

$$G_m(z_1, z_2, \dots, z_n) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_{\parallel}^m e^{-x_{\parallel}^2}}{\prod_{i=1}^n (x_{\parallel} - z_i)} dx_{\parallel}$$

$$J_{nm}(\zeta_{\alpha}, \zeta_{\beta}, b) = 2 \int_0^{\infty} dx_{\perp} \left[x_{\perp}^n G_m(z_1, z_2, z_3, z_4) J_0(\sqrt{2b} x_{\perp})^2 e^{-x_{\perp}^2} \right]$$

$$J_{nm}(\zeta_{\alpha}, \zeta_{\beta}, b) = 2 \int_0^{\infty} dx_{\perp} \left[x_{\perp}^n G_m(z_1, z_2, z_1, z_2) J_0(\sqrt{2b} x_{\perp})^2 e^{-x_{\perp}^2} \right]$$



Dört Değişken İçin Plazma Dağılım Fonksiyonu

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

$$G_m(z_1, z_2, \dots, z_n) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^m e^{-x^2}}{\prod_{i=1}^n (x - z_i)} dx$$

$$z_{1,2} = z_{1,2}(x, \zeta_\alpha, \zeta_\beta) = \frac{1}{2} \left(\zeta_b \pm \sqrt{\zeta_b^2 - 4\zeta_\alpha - 2x^2} \right)$$

Klimontovich
Sistemi

$$\frac{d}{d\zeta_\alpha} = \frac{dz_1}{d\zeta_\alpha} \frac{d}{dz_1} + \frac{dz_2}{d\zeta_\alpha} \frac{d}{dz_2}$$

$$\frac{dz_{1,2}}{d\zeta_\alpha} = \mp \frac{1}{\sqrt{\zeta_b^2 - 4\zeta_\alpha - 2x^2}} = \frac{\mp 1}{z_1 - z_2}$$

$$\frac{d}{d\zeta_\alpha} = \frac{1}{(z_1 - z_2)} \left(\frac{d}{dz_2} - \frac{d}{dz_1} \right)$$

Vlasov Denklemleri

Korananın
Isıtılma Problemi

$$\frac{d}{d\zeta_\alpha} G_m(z_1, z_2) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(z_1 - z_2)} \left[\frac{d}{dz_2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^m e^{-x^2}}{(x - z_1)(x - z_2)} dx - \frac{d}{dz_1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^m e^{-x^2}}{(x - z_1)(x - z_2)} dx \right]$$

$$G(z_1, z_2, z_1, z_2) = -\frac{d}{d\zeta_\alpha} G_m(z_1, z_2)$$

Termonükleer
Füzyon

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(z_1 - z_2)} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^m e^{-x^2}}{(x - z_1)(x - z_2)^2} dx - \frac{d}{dz_1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^m e^{-x^2}}{(x - z_1)^2 (x - z_2)} dx \right]$$

Tokamak

$$= -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^m e^{-x^2}}{(x - z_1)^2 (x - z_2)^2} dx$$

ITER

ITG Türbülans

$$G_m(z_1, z_2) = \frac{Z_m(z_1) - Z_m(z_2)}{z_1 - z_2}$$

$$Z_m(z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=1}^m z^{k-1} \Gamma\left(\frac{m-k+1}{2}\right) + z^m Z_0(z)$$

Fried ve Conte (1972)

Gyrokinetik
Denklemler

$$G_m(z_1, z_2) = \frac{\frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=2}^m \left(z_1^{k-1} \Gamma\left(\frac{m-k+1}{2}\right) - z_2^{k-1} \Gamma\left(\frac{m-k+1}{2}\right) \right) + z_1^m Z_0(z_1) - z_2^m Z_0(z_2)}{(z_1 - z_2)}$$

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

$$G(z_1, z_2, z_1, z_2) = -\frac{d}{d\zeta_\alpha} G_m(z_1, z_2)$$

Dört Değişken İçin Plazma Dağılım Fonksiyonu

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Korananın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

$$\frac{d}{d\zeta_\alpha} G_m(z_1, z_2) = \frac{1}{(z_1 - z_2)^2} \left\{ Z_0(z_1) \left[-mz_1^{m-1} + 2z_1^{m+1} + \frac{2z_1^m}{(z_1 - z_2)} \right] + Z_0(z_2) \left[-mz_2^{m-1} + 2z_2^{m+1} - \frac{2z_2^m}{(z_1 - z_2)} \right] 2(z_1^m + z_2^m) \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=2}^m \left[\frac{2(z_1^{k-1} - z_2^{k-1})}{(z_1 - z_2)} - (k-1)(z_1^{k-2} - z_2^{k-2}) \right] \Gamma\left(\frac{m-k+1}{2}\right) \right\}$$

$$G(z_1, z_2, z_1, z_2) = \frac{1}{(z_1 - z_2)^2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=2}^m \left[\frac{(k-1)(z_1^{k-2} - z_2^{k-2})}{(z_1 - z_2)} \right] \Gamma\left(\frac{m-k+1}{2}\right) - 2(z_1^m - z_2^m) + Z_0(z_1) z_1^{m-1} \left(m - 2z_1^2 - \frac{2z_1}{(z_1 - z_2)} \right) \right. \\ \left. + Z_0(z_2) z_2^{m-1} \left(m - 2z_2^2 + \frac{2z_2}{(z_1 - z_2)} \right) \right\}$$

J_{nm} için Analitik Süreklilik

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemi

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklem

Renormalizasyon

Düprey Terimi

Sonuçlar

$$\Delta J_{nm} = -\frac{d}{d\zeta_a} \Delta I_{nm} = \frac{d}{dw} \Delta I_{nm}$$

$$\Delta J_{nm} = -i\sqrt{\pi} 2^{\frac{n+3}{2}} \int_{-1}^1 \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{n}{2w} + \frac{\mu m}{2\mu w + \sqrt{w}\zeta_b} - 2 + \mu^2 - \frac{\zeta_b}{2} \frac{\mu}{\sqrt{w}} \right) J_0^2 \left(2\sqrt{bw(1-\mu^2)} \right) \\ &- 2\sqrt{\frac{b(1-\mu^2)}{w}} J_0 \left(2\sqrt{bw(1-\mu^2)} \right) J_1 \left(2\sqrt{bw(1-\mu^2)} \right) \end{aligned} \right\} w^{n/2} (1-\mu^2)^{\frac{n-1}{2}} \left(\mu\sqrt{w} + \frac{\zeta_b}{2} \right)^m e^{-2(1-\mu^2)w - \left(\mu\sqrt{w} + \frac{\zeta_b}{2} \right)^2} d\mu \times \begin{cases} 0 & \text{Im}[\zeta_a] > 0 \\ \frac{1}{2} & \text{Im}[\zeta_a] = 0 \\ 1 & \text{Im}[\zeta_a] < 0 \end{cases}$$

J_{nm} Fonksiyonlarının Grafikleri

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

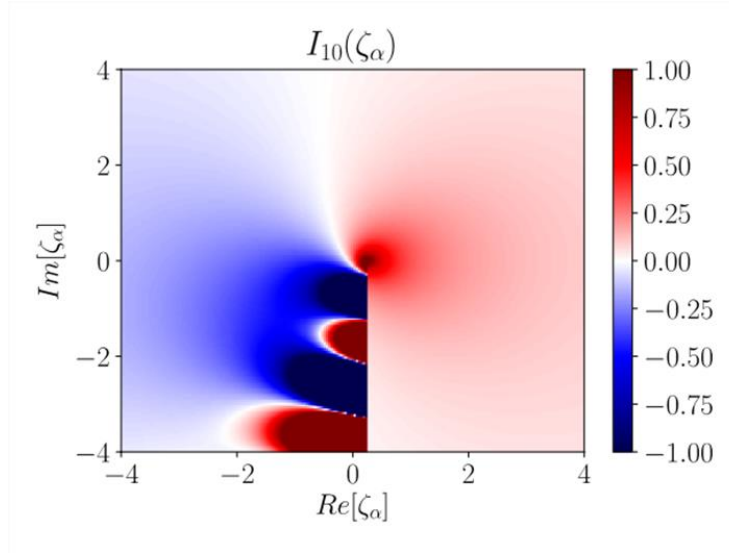
ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

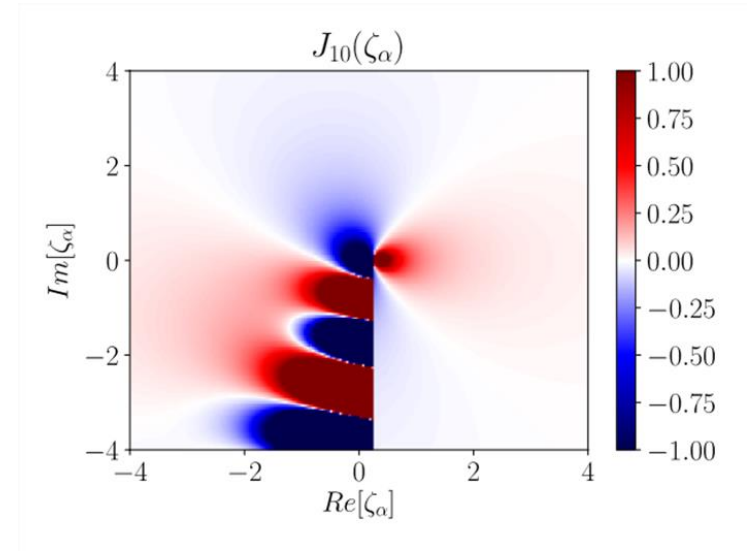
Renormalizasyon

Düpede Terimi

Sonuçlar



$\zeta_b = 1.0, \zeta_c = 0.0, \zeta_d = 0.0 \quad b = 1.0$ Parametreleri için $I_{10}(\zeta_a, \zeta_b, \zeta_c, \zeta_d, b)$.



$\zeta_b = 1.0, \zeta_c = 0.0, \zeta_d = 0.0 \quad b = 1.0$ Parametreleri için $J_{10}(\zeta_a, \zeta_b, \zeta_c, \zeta_d, b)$.

J_{nm} Fonksiyonlarının Grafikleri

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

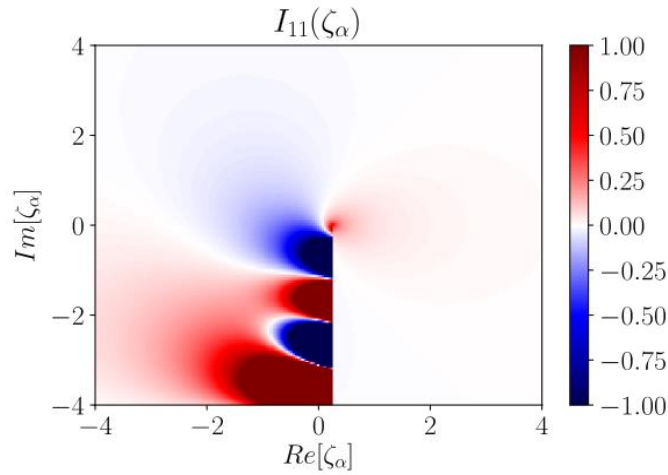
ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

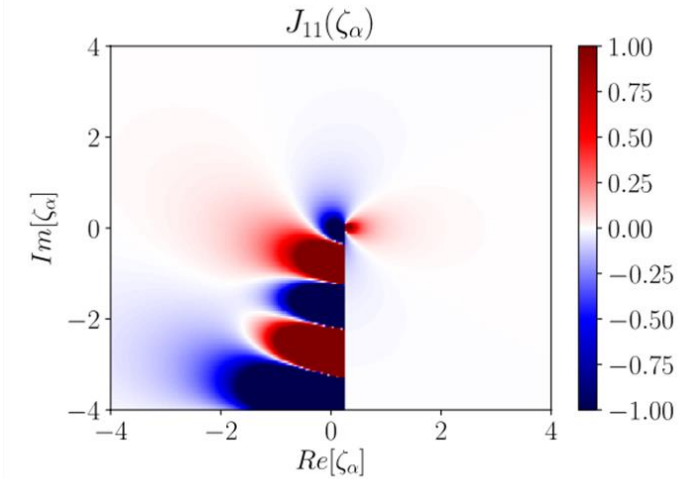
Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

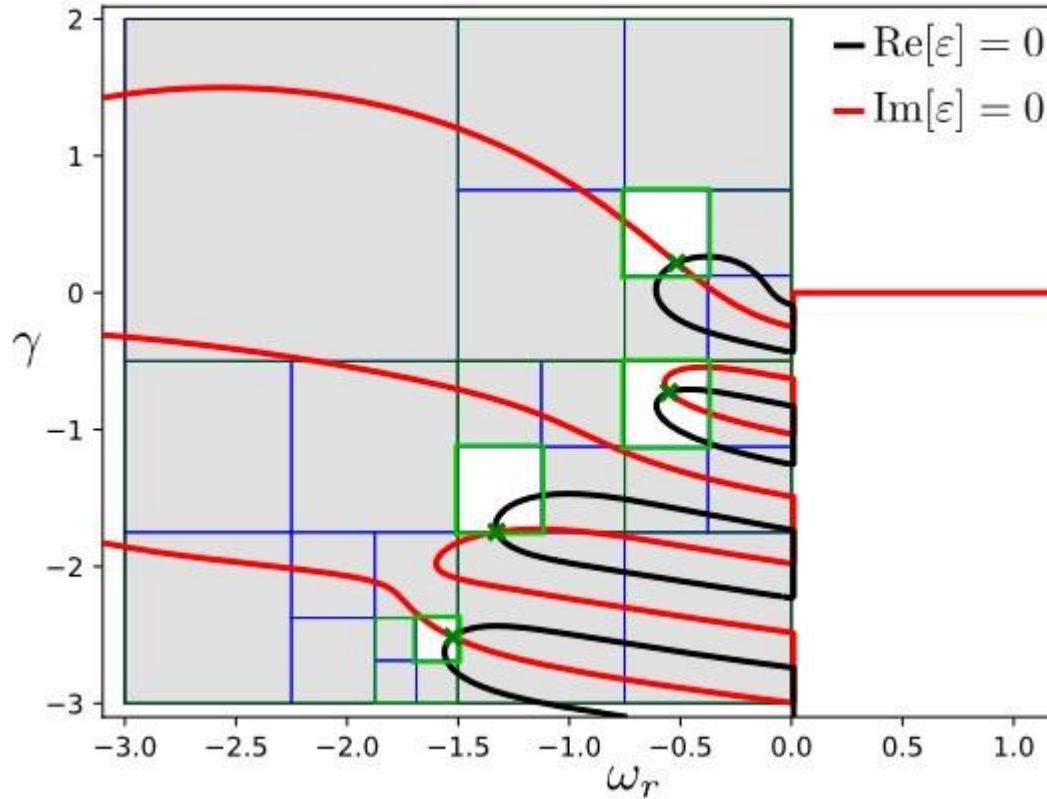


$\zeta_b = 1.0, \zeta_c = 0.0, \zeta_d = 0.0 \quad b = 1.0$ Parametreleri İçin $I_{11}(\zeta_a, \zeta_b, \zeta_c, \zeta_d, b)$.



$\zeta_b = 1.0, \zeta_c = 0.0, \zeta_d = 0.0 \quad b = 1.0$ Parametreleri İçin $J_{11}(\zeta_a, \zeta_b, \zeta_c, \zeta_d, b)$.

Kök Bulma Algoritması



$$\oint_c \frac{\frac{\partial}{\partial \omega} \varepsilon(\omega, \mathbf{k})}{\varepsilon(\omega, \mathbf{k})} d\omega = 2\pi i (N - P)$$

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

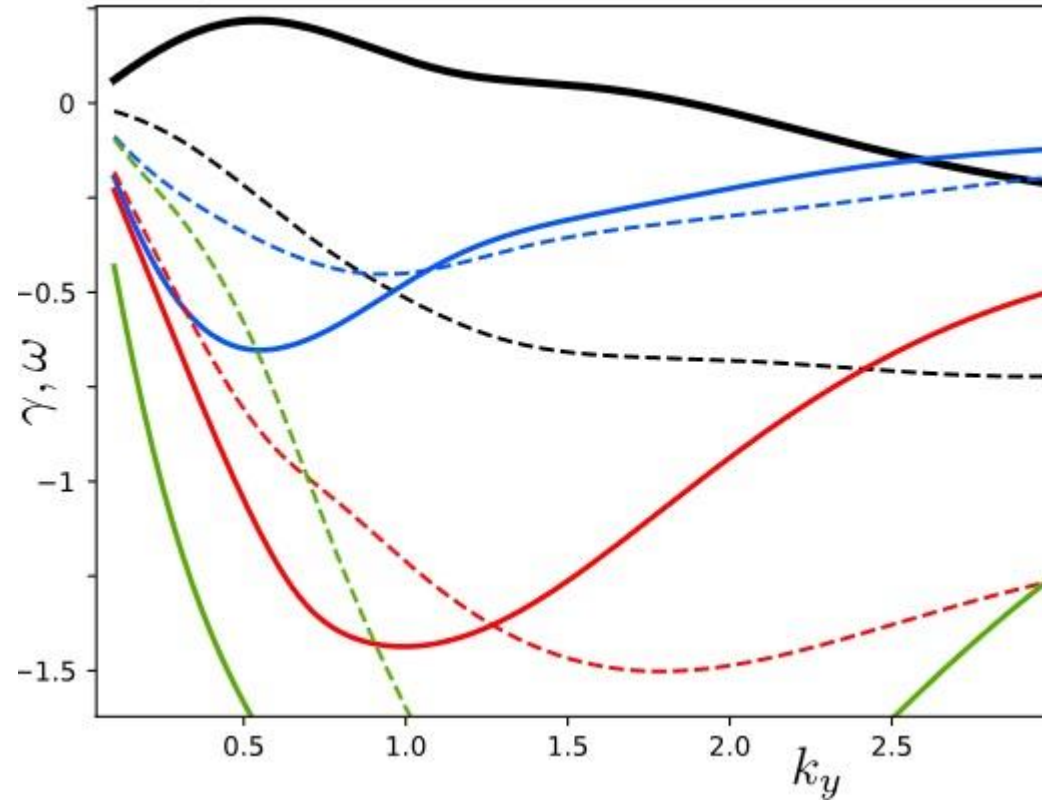
Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

Dağınım Bağıntısının Farklı Çözümleri



Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemi

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklem

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

Gyrokinetik Denklemin Renormalizasyonu

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemi

Korananın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklem

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

$$-i(\omega - k_{\parallel}v_{\parallel})\delta f_k(\mathbf{v}, \omega) = -i\frac{e}{T}\left[k_{\parallel}v_{\parallel} - \omega_{*k}^T(\mathbf{v})\right]J_{0k}(\mathbf{v})F_M(\mathbf{v})\delta\phi_k(\omega)$$

$$G = -\frac{1}{i(\omega - k_{\parallel}v_{\parallel})}$$

Balescu (2005)

Propogatörün Reel Kısmı

Dupree (1967)

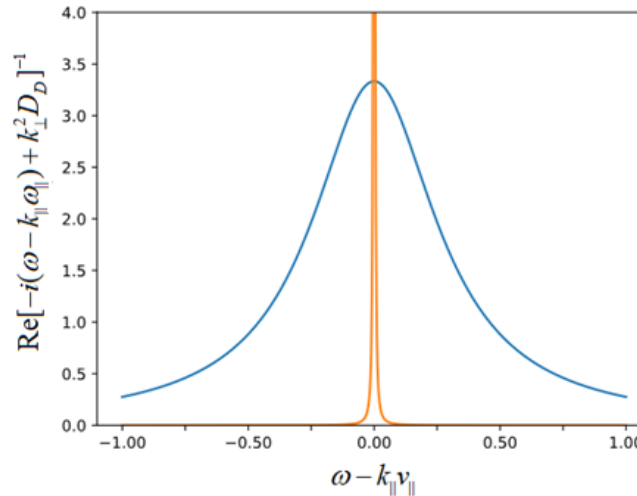
$$\frac{k_{\perp}^2 D_D}{(\omega - k_{\parallel}v_{\parallel})^2 + (k_{\perp}^2 D_D)^2}$$

Propogatör

Dupree (1967)

$$G(\mathbf{v}) = \frac{1}{-i(\omega - k_{\parallel}v_{\parallel}) + k_{\perp}^2 D_D(\mathbf{v})}$$

$$\omega \rightarrow \omega + ik_{\perp}^2 D_D$$



Türbülansın incelenmesinde kullanılan lineer kararsızlık teorisi kararsız dalgaların enerji yoğunluğunun üstel olarak sonsuza kadar büyüyeceğini verir. Bu fiziksel olarak olanaklı değil. Dupree'nin yaklaşımı bu sorunu çözüyor (T.H. Dupree Phys. Fluids 9, 1773, yıl:1966).

Gyrokinetik Denklemin Renormalizasyonu

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Korananın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

$$\varepsilon(k, \omega) = 1 + \frac{1}{\tau} - \int \frac{\left[\omega - \omega_{*k}^{T_i}(\mathbf{v}) + ik_{\perp}^2 D_D(\mathbf{v}) \right]}{\left[(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - \omega_D(\mathbf{v})) + i D_D(\mathbf{v}) k_{\perp}^2 \right]} \frac{e^{-\frac{(v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2)}{2v_{ti}^2}}}{\sqrt{2\pi} v_{ti}^3} J_0^2\left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega_i}\right) v_{\perp} dv_{\perp} dv_{\parallel}$$

$$\omega \rightarrow \omega + ik_{\perp}^2 D_D$$

$$D_D(\mathbf{v}) = \frac{c^2}{B^2} \frac{1}{2\pi} \int dk d\omega \varepsilon_{\perp\kappa} \frac{[J_k(\mathbf{v})]^2}{i(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}) + k_{\perp}^2 D_D(\mathbf{v})} \quad \text{Balescu (2005)}$$

$$\text{Varsayımımız: } D_D(\mathbf{v}) = d_0 + d_1 v_{\parallel} + d_2 v_{\parallel}^2 + d_3 v_{\perp} + d_4 v_{\perp}^2$$

Dupree Teriminde Katsayıların Etkisi

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Korananın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

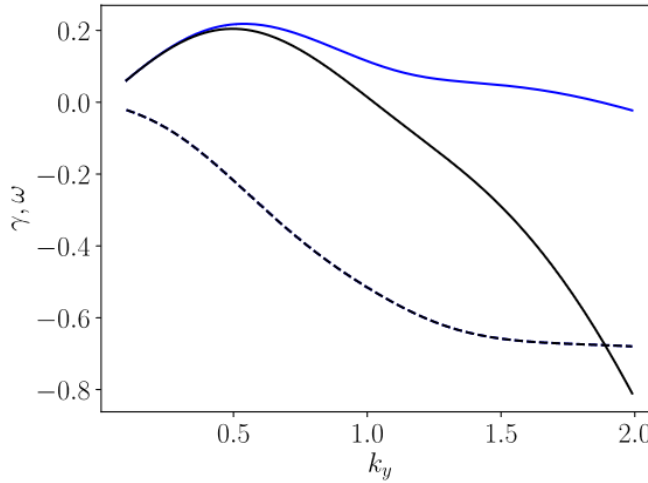
Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

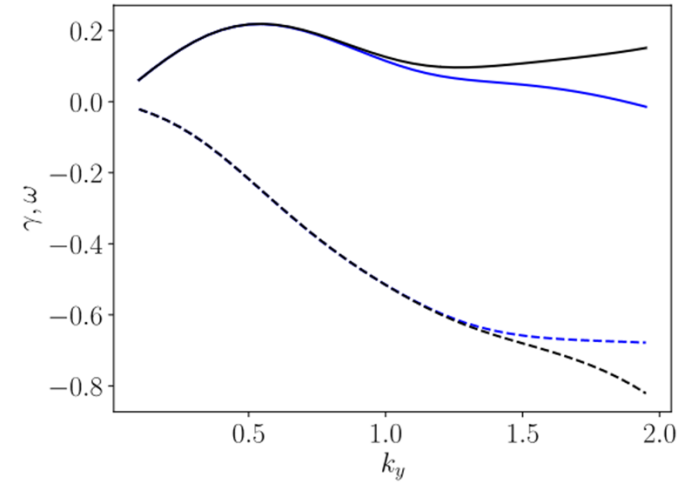
Dupree Terimi

Sonuçlar

Renormalize Edilmiş Yerel ITG Dağılım Bağıntısının Çözümü



$$d_0 = 0.1, d_1 = d_2 = d_3 = d_4 = 0.0$$



$$d_1 = 0.1, d_0 = d_2 = d_3 = d_4 = 0.0$$

$$D_D(\mathbf{v}) = d_0 + d_1 v_{\parallel} + d_2 v_{\parallel}^2 + d_3 v_{\perp} + d_4 v_{\perp}^2$$

Dupree Teriminde Katsayıların Etkisi

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemi

Korananın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

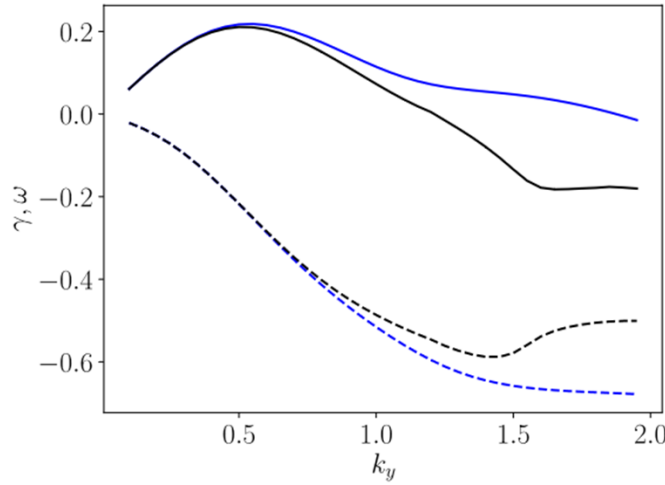
Gyrokinetik
Denklem

Renormalizasyon

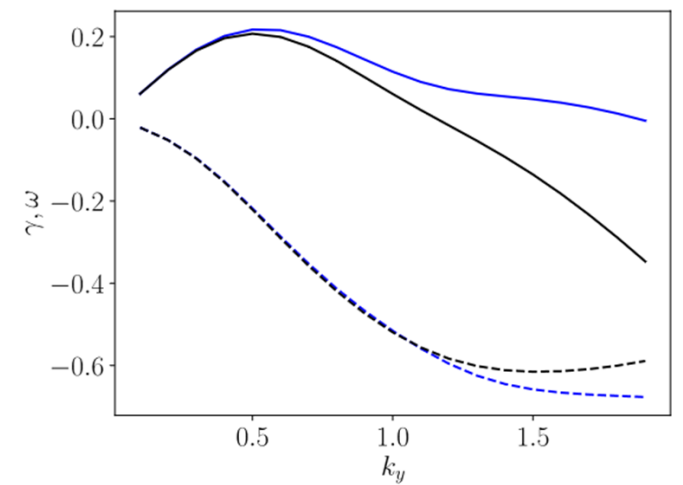
Dupree Terimi

Sonuçlar

Renormalize Edilmiş Yerel ITG Dağılım Bağıntısının Çözümü



$$d_2 = 0.1, d_0 = d_1 = d_3 = d_4 = 0.0$$



$$d_3 = 0.1, d_0 = d_1 = d_2 = d_4 = 0.0$$

$$D_D(\mathbf{v}) = d_0 + d_1 v_{\parallel} + d_2 v_{\parallel}^2 + d_3 v_{\perp} + d_4 v_{\perp}^2$$

Dupree Teriminde Katsayıların Etkisi

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

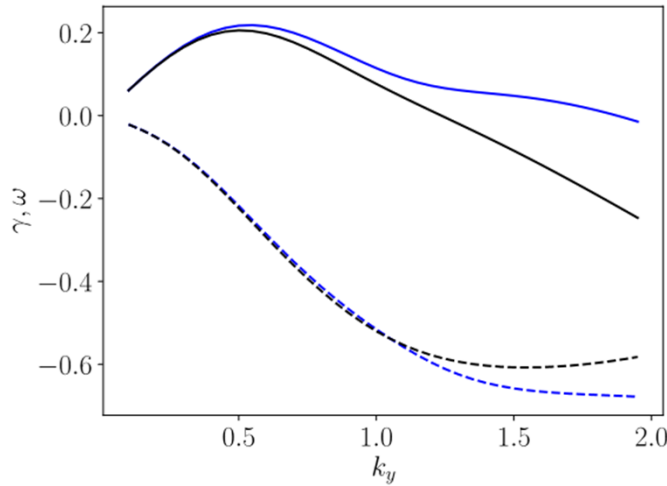
Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

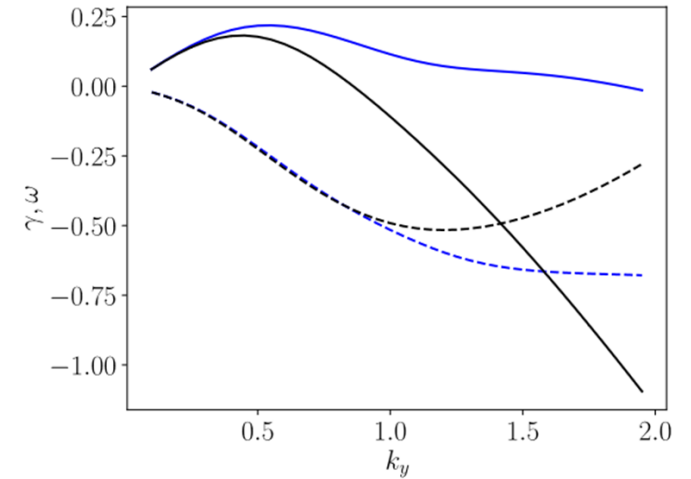
Dupree Terimi

Sonuçlar

Renormalize Edilmiş Yerel ITG Dağılım Bağantısının Çözümü



$$d_4 = 0.1, d_0 = d_1 = d_2 = d_3 = 0.0$$



$$d_0 = d_1 = d_2 = d_3 = d_4 = 0.1$$

$$D_D(\mathbf{v}) = d_0 + d_1 v_{\parallel} + d_2 v_{\parallel}^2 + d_3 v_{\perp} + d_4 v_{\perp}^2$$

Gyrokinetik Denklemin K_{nm} İntegralleri Cinsinden Yazılması

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Korananın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

$$\varepsilon(k, \omega) = 1 + \frac{1}{\tau} - \int \frac{\left[\omega - \omega_{*i}^T(\mathbf{v}) + ik_{\perp}^2 D_D(\mathbf{v}) \right]}{\left[(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - \omega_D(\mathbf{v})) + i D_D(\mathbf{v}) k_{\perp}^2 \right]} \frac{e^{-\frac{(v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2)}{2v_{ti}^2}}}{\sqrt{2\pi} v_{ti}^3} J_0^2 \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega_i} \right) v_{\perp} dv_{\perp} dv_{\parallel}$$

$$D_D(\mathbf{v}) = d_0 + d_1 v_{\parallel} + d_2 v_{\parallel}^2 + d_3 v_{\perp} + d_4 v_{\perp}^2$$

$$K_{nm}(\zeta_a, \zeta_b, \zeta_c, \zeta_d, b) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} dx_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{\parallel} \frac{x_{\perp}^n x_{\parallel}^m J_0^2(\sqrt{2b} x_{\perp}) e^{-x^2}}{\left[x_{\parallel}^2 + \zeta_a + \zeta_b x_{\parallel} + \zeta_c x_{\perp} + \zeta_d x_{\perp}^2 \right]}$$

$$g_m(x_{\perp}) = G_m(z_1(x_{\perp}), z_2(x_{\perp})) \quad K_{nm}(\zeta_a, \zeta_b, \zeta_c, \zeta_d, b) = 2 \int_0^{\infty} dx_{\perp} \left[x_{\perp}^n g_m(x_{\perp}) J_0(\sqrt{2b} x_{\perp})^2 e^{-x_{\perp}^2} \right]$$

$$G_m(z_1, z_2, \dots, z_n) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_{\parallel}^m e^{-x_{\parallel}^2}}{\prod_{i=1}^n (x_{\parallel} - z_i)} dx_{\parallel} \quad z_{1,2}(x_{\perp}) = \frac{1}{2} \left(-\zeta_b \mp \sqrt{\zeta_b^2 - 4(\zeta_c x_{\perp} + \zeta_d x_{\perp}^2 + \zeta_a)} \right)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon(k, \omega) = 1 + \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} & \left[\left(\omega - \omega_{*i} + \frac{3}{2} \omega_{*i} \eta_i + ik_{\perp}^2 d_0 \right) K_{10} \right. \\ & + \left(ik_{\perp}^2 d_3 \sqrt{2} v_{ti} \right) K_{20} + \left(ik_{\perp}^2 d_4 2v_{ti}^2 - \omega_{*i} \eta_i \right) K_{30} + \left(ik_{\perp}^2 d_2 2v_{ti}^2 - \omega_{*i} \eta_i \right) K_{12} \\ & \left. + \left(ik_{\perp}^2 d_1 \sqrt{2} v_{ti} \right) K_{11} \right] \end{aligned}$$

Peki Bu Nasıl Oldu?

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Korananın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

$$\Upsilon = \frac{\omega_{Di}}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon(k, \omega) = & 1 + \frac{1}{\tau} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Upsilon}{\omega_{Di}} \int \frac{\left[\omega - \omega_{*i} + \frac{3}{2} \omega_{*i} \eta_i + ik_{\perp}^2 d_0 \right] e^{-x^2} J_0^2(\sqrt{2b} x_{\perp}) x_{\perp} dx_{\perp} dx_{\parallel}}{x_{\parallel}^2 + \frac{\frac{1}{2} \omega_{Di} - id_4 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} x_{\perp}^2 + \frac{\sqrt{2} k_{\parallel} v_{ti} - id_1 \sqrt{2} v_{ti} k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} x_{\parallel} - \frac{id_3 \sqrt{2} v_{ti} k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} x_{\perp} - \frac{\omega + id_0 k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2}} \\ & + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Upsilon}{\omega_{Di}} \int \frac{\left(ik_{\perp}^2 d_3 \sqrt{2} v_{ti} \right) x_{\perp} e^{-x^2} J_0^2(\sqrt{2b} x_{\perp}) x_{\perp} dx_{\perp} dx_{\parallel}}{x_{\parallel}^2 + \frac{\frac{1}{2} \omega_{Di} - id_4 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} x_{\perp}^2 + \frac{\sqrt{2} k_{\parallel} v_{ti} - id_1 \sqrt{2} v_{ti} k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} x_{\parallel} - \frac{id_3 \sqrt{2} v_{ti} k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} x_{\perp} - \frac{\omega + id_0 k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2}} \\ & + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Upsilon}{\omega_{Di}} \int \frac{\left(ik_{\perp}^2 d_4 2v_{ti}^2 - \omega_{*i} \eta_i \right) x_{\perp}^2 e^{-x^2} J_0^2(\sqrt{2b} x_{\perp}) x_{\perp} dx_{\perp} dx_{\parallel}}{x_{\parallel}^2 + \frac{\frac{1}{2} \omega_{Di} - id_4 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} x_{\perp}^2 + \frac{\sqrt{2} k_{\parallel} v_{ti} - id_1 \sqrt{2} v_{ti} k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} x_{\parallel} - \frac{id_3 \sqrt{2} v_{ti} k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} x_{\perp} - \frac{\omega + id_0 k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2}} \\ & + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Upsilon}{\omega_{Di}} \int \frac{\left(ik_{\perp}^2 d_2 2v_{ti}^2 - \omega_{*i} \eta_i \right) x_{\parallel}^2 e^{-x^2} J_0^2(\sqrt{2b} x_{\perp}) x_{\perp} dx_{\perp} dx_{\parallel}}{x_{\parallel}^2 + \frac{\frac{1}{2} \omega_{Di} - id_4 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} x_{\perp}^2 + \frac{\sqrt{2} k_{\parallel} v_{ti} - id_1 \sqrt{2} v_{ti} k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} x_{\parallel} - \frac{id_3 \sqrt{2} v_{ti} k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} x_{\perp} - \frac{\omega + id_0 k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2}} \\ & + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Upsilon}{\omega_{Di}} \int \frac{\left(ik_{\perp}^2 d_1 \sqrt{2} v_{ti} \right) x_{\parallel} e^{-x^2} J_0^2(\sqrt{2b} x_{\perp}) x_{\perp} dx_{\perp} dx_{\parallel}}{x_{\parallel}^2 + \frac{\frac{1}{2} \omega_{Di} - id_4 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} x_{\perp}^2 + \frac{\sqrt{2} k_{\parallel} v_{ti} - id_1 \sqrt{2} v_{ti} k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} x_{\parallel} - \frac{id_3 \sqrt{2} v_{ti} k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} x_{\perp} - \frac{\omega + id_0 k_{\perp}^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2}} \end{aligned}$$

Gyrokinetik Denklemin K_{nm} İntegralleri Cinsinden Yazılması

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Korananın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

$$K_{nm}(\zeta_a, \zeta_b, \zeta_c, \zeta_d, b) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty dx_\perp \int_{-\infty}^\infty dx_\parallel \frac{x_\perp^n x_\parallel^m J_0^2(\sqrt{2b}x_\perp) e^{-x_\perp^2}}{[x_\parallel^2 + \zeta_a + \zeta_b x_\parallel + \zeta_c x_\perp + \zeta_d x_\perp^2]}$$

$$K_{nm}(\zeta_a, \zeta_b, \zeta_c, \zeta_d, b) = 2 \int_0^\infty dx_\perp \left[x_\perp^n g_m(x_\perp) J_0(\sqrt{2b}x_\perp)^2 e^{-x_\perp^2} \right]$$

$$\begin{aligned} \varepsilon(k, \omega) = & 1 + \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_\perp^2} \left[\left(\omega - \omega_{*i} + \frac{3}{2} \omega_{*i} \eta_i + ik_\perp^2 d_0 \right) K_{10} \right. \\ & + \left(ik_\perp^2 d_3 \sqrt{2} v_{ti} \right) K_{20} + \left(ik_\perp^2 d_4 2v_{ti}^2 - \omega_{*i} \eta_i \right) K_{30} + \left(ik_\perp^2 d_2 2v_{ti}^2 - \omega_{*i} \eta_i \right) K_{12} \\ & \left. + \left(ik_\perp^2 d_1 \sqrt{2} v_{ti} \right) K_{11} \right] \end{aligned}$$

$$\zeta_a = -\frac{\omega + id_0 k_\perp^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_\perp^2}$$

$$\zeta_b = \frac{\sqrt{2} k_\parallel v_{ti} - id_1 \sqrt{2} v_{ti} k_\perp^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_\perp^2}$$

$$\zeta_c = -\frac{id_3 \sqrt{2} v_{ti} k_\perp^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_\perp^2}$$

$$\zeta_d = \frac{\frac{1}{2} \omega_{Di} - id_4 2v_{ti}^2 k_\perp^2}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_\perp^2}$$

Analitik Sürekliliğin Sağlanması

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

$$K_{nm}(\zeta_a, \zeta_b, \zeta_c, \zeta_d, b) = K_{nm}(\zeta_a, \zeta_b, \zeta_c, \zeta_d, b)_{td} + \Delta K_{nm}(\zeta_a, \zeta_b, \zeta_c, \zeta_d, b)$$

Klimontovich
Sistemi

$$\left(x_{\parallel} + \frac{\zeta_{br}}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{\zeta_{dr}} x_{\perp}\right)^2 + \zeta_{cr} x_{\perp} + i\left(\zeta_{ci} x_{\perp} + \zeta_{di} x_{\perp}^2\right) + i\zeta_{bi} \left(x_{\parallel} + \frac{\zeta_{br}}{2}\right) - \frac{\zeta_{br}^2}{4} - i\frac{\zeta_{bi}\zeta_{br}}{2} + \zeta_a = 0 \quad w = \frac{\zeta_{br}^2}{4} + i\frac{\zeta_{bi}\zeta_{br}}{2} - \zeta_a$$

Vlasov Denklemleri

Koronanın
Isıtılma Problemi

$$\rho = \sqrt{\left(x_{\parallel} + \frac{\zeta_{br}}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{\zeta_{dr}} x_{\perp}\right)^2} \quad \mu = \left(x_{\parallel} + \frac{\zeta_{br}}{2}\right) / \rho \quad x_{\perp} = \frac{\sqrt{(1-\mu^2)}}{\sqrt{\zeta_{dr}}} \rho$$

Termonükleer
Füzyon

$$\rho^2 \left(1 + i\frac{\zeta_{di}(1-\mu^2)}{\zeta_{dr}}\right) + \rho \left(\zeta_c \frac{\sqrt{(1-\mu^2)}}{\sqrt{\zeta_{dr}}} + i\zeta_{bi}\mu\right) - \omega = 0 \quad a = \left(1 + i\frac{\zeta_{di}(1-\mu^2)}{\zeta_{dr}}\right) \quad b = \left(\zeta_c \frac{\sqrt{(1-\mu^2)}}{\sqrt{\zeta_{dr}}} + i\zeta_{bi}\mu\right)$$

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

$$\frac{\partial(x_{\parallel}, x_{\perp})}{\partial(\mu, r)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_{\parallel}}{\partial \mu} & \frac{\partial x_{\parallel}}{\partial r} \\ \frac{\partial x_{\perp}}{\partial \mu} & \frac{\partial x_{\perp}}{\partial r} \end{vmatrix} = \frac{\partial x_{\parallel}}{\partial \mu} \frac{\partial x_{\perp}}{\partial r} - \frac{\partial x_{\parallel}}{\partial r} \frac{\partial x_{\perp}}{\partial \mu} = \frac{\rho}{\sqrt{\zeta_{dr}(1-\mu^2)}} \quad dx_{\perp} dx_{\parallel} = \frac{\rho}{\sqrt{\zeta_{dr}(1-\mu^2)}} d\mu d\rho \quad \rho = -\frac{b}{2a} \pm \frac{1}{2a} \sqrt{4aw + b^2}$$

Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

$$K_{nm}(\zeta_a, \zeta_b, b) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{\infty} d\rho \frac{x_{\perp}(\rho, \mu)^n x_{\parallel}(\rho, \mu)^m J_0^2(\sqrt{2b}x_{\perp}(\rho, \mu)) e^{-x_{\perp}(\rho, \mu)^2 - x_{\parallel}(\rho, \mu)^2}}{a(\rho - \rho_+)(\rho - \rho_-)} \frac{\rho}{\sqrt{\zeta_{dr}(1-\mu^2)}}$$

Dupree Terimi

Sonuçlar

Analitik Süreklilikten Gelen Katkı

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Korananın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

$$K_{nm}(\zeta_a, \zeta_b, b) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-1}^1 d\mu \int_0^\infty d\rho \frac{x_\perp(\rho, \mu)^n x_\parallel(\rho, \mu)^m J_0^2(\sqrt{2b}x_\perp(\rho, \mu)) e^{-x_\perp(\rho, \mu)^2 - x_\parallel(\rho, \mu)^n}}{a(\rho - \rho_+)(\rho - \rho_-)} \frac{\rho}{\sqrt{\zeta_{dr}(1 - \mu^2)}}$$

$$\delta K_{nm} = 2\pi i \text{Res}\{K_{nm}\}$$

$$\text{Im}[\rho_+(\mu)] > 0$$

$$\delta K_{nm}(\zeta_a, \zeta_b, b) \equiv 4\sqrt{\pi}i \int_{-1}^1 d\mu \frac{x_\perp(\rho, \mu)^n x_\parallel(\rho, \mu)^m J_0^2(\sqrt{2b}x_\perp(\rho, \mu)) e^{-x_\perp(\rho, \mu)^2 - x_\parallel(\rho, \mu)^n}}{\sqrt{4aw + b^2}} \frac{\rho}{\sqrt{\zeta_{dr}(1 - \mu^2)}}$$

K_{nm} İntegrallerinin Grafikleri ve Analitik Sürekliliğin Etkisi

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

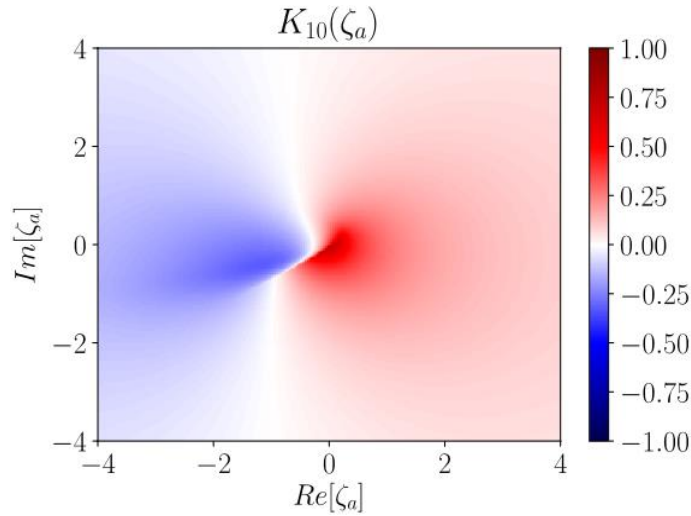
ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

Dupree Terimi

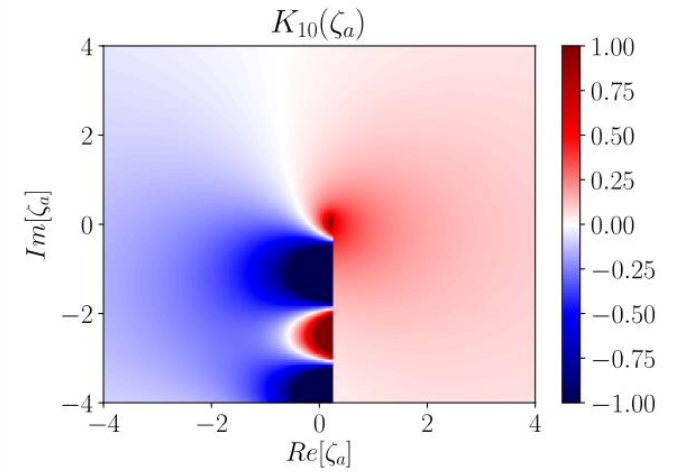
Sonuçlar



$$\zeta_b = 1.0 + 0.5i \quad \zeta_c = 0.5 + 0.5i \quad \zeta_d = 0.5 + 0.2i \quad b = 1.0$$

Parametreleri İçin Analitik Sürekliliğin Hesaplanmadığı Durumda

$$K_{10}(\zeta_a, \zeta_b, \zeta_c, \zeta_d, b)$$



$$\zeta_b = 1.0 + 0.5i \quad \zeta_c = 0.5 + 0.5i \quad \zeta_d = 0.5 + 0.2i \quad b = 1.0$$

Parametreleri İçin Analitik Sürekliliğin Hesaplandığı Durumda

$$K_{10}(\zeta_a, \zeta_b, \zeta_c, \zeta_d, b)$$

K_{nm} İntegrallerinin Grafikleri ve Analitik Sürekliliğin Etkisi

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

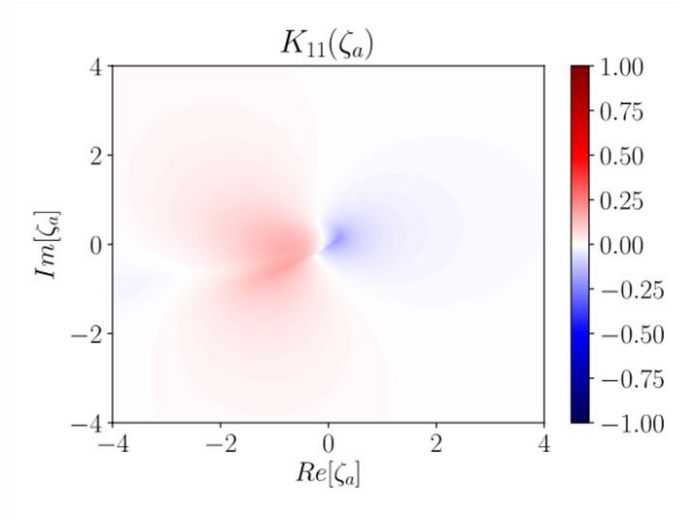
ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

Dupree Terimi

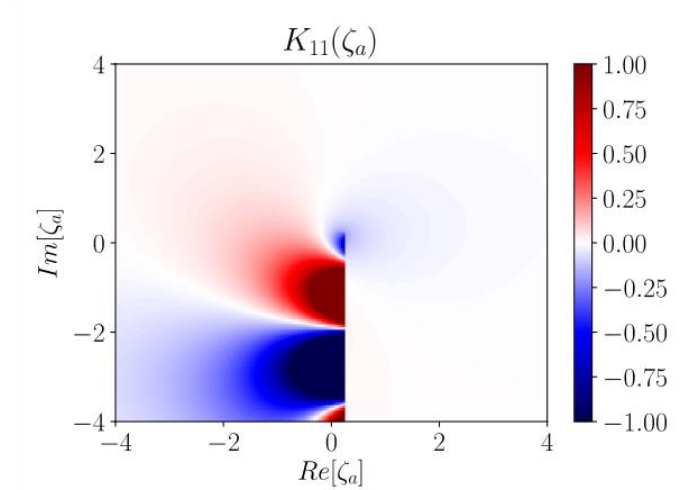
Sonuçlar



$$\zeta_b = 1.0 + 0.5i \quad \zeta_c = 0.5 + 0.5i \quad \zeta_d = 0.5 + 0.2i \quad b = 1.0$$

Parametreleri İçin Analitik Sürekliliğin Hesaplandığı Durumda

$$K_{11}(\zeta_a, \zeta_b, \zeta_c, \zeta_d, b)$$



$$\zeta_b = 1.0 + 0.5i \quad \zeta_c = 0.5 + 0.5i \quad \zeta_d = 0.5 + 0.2i \quad b = 1.0$$

Parametreleri İçin Analitik Sürekliliğin Hesaplandığı Durumda

$$K_{11}(\zeta_a, \zeta_b, \zeta_c, \zeta_d, b)$$

Dupree Teriminin Biçimi

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Korananın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

$$\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \frac{1}{\tau} - \int \frac{\left[\omega - \omega_{*k}^T(\mathbf{v}) + ik_{\perp}^2 D_D(\mathbf{v}) \right]}{\left[\left(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - \omega_D(\mathbf{v}) \right) + i D_D(\mathbf{v}) k_{\perp}^2 \right]} \frac{e^{-\frac{(v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2)}{2v_{ti}^2}}}{\sqrt{2\pi} v_{ti}^3} J_0^2 \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega_i} \right) v_{\perp} dv_{\perp} dv_{\parallel}$$

$$D_D(v_{\perp}, v_{\parallel}) = \sum_k \frac{k^2 J_{0k}^2 |\delta\phi_k|^2}{i \left(\omega_k^* - \omega_{Dk}(v) - k_{\parallel} v_{\parallel} \right) + D_D^*(v_{\perp}, v_{\parallel}) k_{\perp}^2} \quad \omega_k = \omega_{rk}(v) + i\gamma_k$$

$$D_D(\mathbf{v}) = d_0 + d_1 v_{\parallel} + d_2 v_{\parallel}^2 + d_3 v_{\perp} + d_4 v_{\perp}^2$$

$$d_0 = 0.08760955 + 0.04306338i$$

$$d_1 = 0.00034246 + 0.02108074i$$

$$d_2 = 0.02101908 - 0.02903672i$$

$$d_3 = 0.08667974 + 0.04308331i$$

$$d_4 = 0.01342785 - 0.00293719i$$

$$d_4 = -0.00176120 - 0.03260807i$$

$$\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\omega_{Di} - id_2 2v_{ti}^2 k_{\perp}^2} \left[\left(\omega - \omega_{*i} + \frac{3}{2} \omega_{*i} \eta_i + ik_{\perp}^2 d_0 \right) K_{10} \right. \\ \left. + \left(ik_{\perp}^2 d_3 \sqrt{2} v_{ti} \right) K_{20} + \left(ik_{\perp}^2 d_4 2v_{ti}^2 - \omega_{*i} \eta_i \right) K_{30} + \left(ik_{\perp}^2 d_2 2v_{ti}^2 - \omega_{*i} \eta_i \right) K_{12} \right. \\ \left. + \left(ik_{\perp}^2 d_1 \sqrt{2} v_{ti} \right) K_{11} \right]$$

Dupree Terimi için Eğri Uydurma

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Korananın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

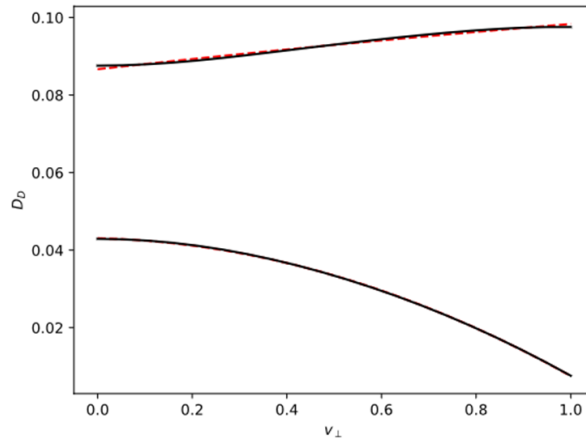
ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

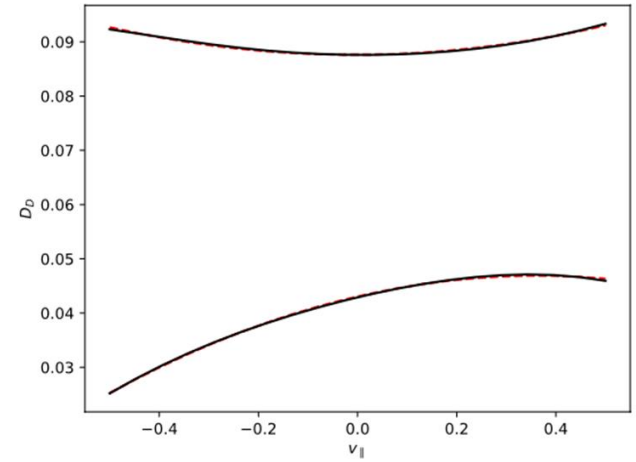
Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar



$v_{\perp}$ için Dupree Difüzyon Katsayısı Polinom Fit.



$v_{\parallel}$ için Dupree Difüzyon Katsayısı Polinom Fit.

Dupree Teriminin Etkisi

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemleri

Korananın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

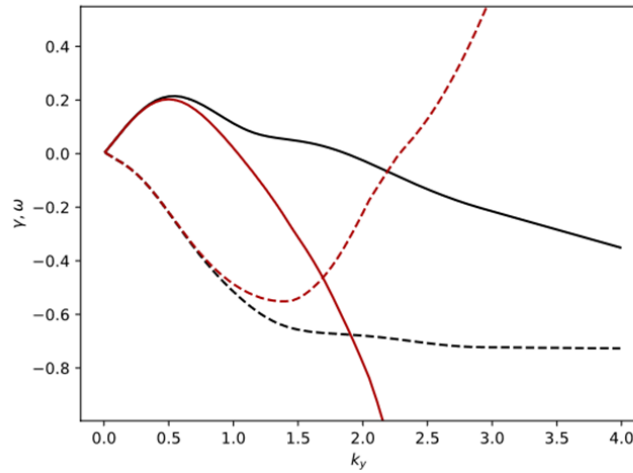
ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklemler

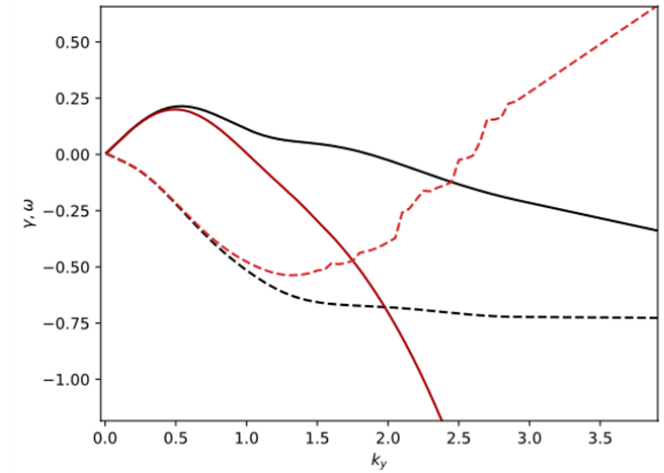
Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar



$v_{\perp}$ için Yapılan Polinom Fit Kullanılarak $k_y - \gamma$ ve $k_y - \omega$



$v_{\parallel}$ için Yapılan Polinom Fit Kullanılarak $k_y - \gamma$ ve $k_y - \omega$

Kinetik Kuramla Termonükleer Füzyon Bağlamında Ne Yaptık?

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemi

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklem

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

- Bir nümerik yöntem geliştirilerek dağınım bağıntısının yeni çözümleri elde edildi. Böylece dağınım bağıntısının daha önce göz önüne alınmayan bu yeni çözümlerinin fiziksel anlamı tartışıldı.
- ITG modda renormalize edilmiş Gyrokinetik denklemden elde edilen plazma dağılım fonksiyonları, bu çalışmada tanımlanan K_{nm} fonksiyonları cinsinden yazılmıştır. Bu yaklaşım, bilgisayar programlama ve sayısal analiz yöntemleri açısından oldukça hızlı bir yöntemdir. Bu yolla dağınım bağıntısının yarı lineer taşınım problemleri için kullanımı kolaylaşmış ve tercih edilebilirliği artmıştır.
- K_{nm} integrallerinin analitik sürekliliğini sağlamak, renormalizasyonun karmaşık doğası nedeniyle bilinen yöntemlerle mümkün değildir. Bu nedenle analitik sürekliliği sağlamak için özgün bir yöntem geliştirilmiştir.
- Dupree terimi, bağımlılığı literatürde biliniyor olmasına rağmen uygulamadaki güçlükler ve sayısal analiz tekniklerinin sınırlamaları nedeniyle genellikle sabit alınmaktadır. Bu çalışmada Dupree terimi için $D_D(v) = d_0 + d_1 v_{||} + d_2 v_{||}^2 + d_3 v_{\perp} + d_4 v_{\perp}^2$ biçiminde kompleks katsayılı bir polinom elde edilmiştir.
- Parçacıklar tokamak geometrisinde manyetik alan çizgileri etrafında Larmor dönüşleri nedeniyle hapsediliyor olsa da zamanla önemli miktarda parçacık bu mekanizmadan kaçma eğilimi gösterir. Buna neden olan en önemli etken ITG kaynaklı kararsızlıklardır. Dupree terimi kaçan tanecikler için akı hesabında kullanılır. Bu nedenle farklı parametreler için farklı simülasyon ve sayısal analiz teknikleri kullanılması gerekir. Bu çalışmadaki Dupree terimi için önerilen polinomiyeel biçim analitik ve nümerik hesaplar için oldukça kullanışlıdır ve tokamak geometrisinden kaçan parçacıkların akısının hesaplanmasında kullanılabilir.

Bölüm II:
Kinetik Kuram

Parçacık Yörünge
Kuramı

Klimontovich
Sistemi

Vlasov Denklemi

Koronanın
Isıtılma Problemi

Termonükleer
Füzyon

Tokamak

ITER

ITG Türbülans

Gyrokinetik
Denklem

Renormalizasyon

Dupree Terimi

Sonuçlar

Sonuçlar

Teşekkür Ederim.

İntegralleriniz patladıysa, tekilliklerden dönüşümlerle kurtulamadıysanız, rezidüler, Laplace dönüşümleri ilaç olmadıysa acınıza, küsmeyin umuda. Bir Japon halk şiiri der ki:

"Böyledir yaşam
Düşersin yedi kez
Kalkarsın sekiz kez."

Seme Kaynaklar

- ❑ Bresslo, P. C. (2014) (*Interdisciplinary Applied Mathematics 41*) Paul C. Bressloff (auth.)-*Stochastic Processes in Cell Biology*-Springer International Publishing (2014).
- ❑ Haag, G. (2017) *Modelling with the Master Equation, Modelling with the Master Equation*. doi: 10.1007/978-3-319-60300-1.
- ❑ Klafter, J. and Sokolov, I. M. (2013) ‘First Steps in Random Walks’, *First Steps in Random Walks*. doi: 10.1093/acprof:oso/9780199234868.001.0001.
- ❑ Weiss, G. H. (1986) ‘Book review:Handbook of stochastic methods for physics, chemistry, and the natural sciences’, *Journal of Statistical Physics*, pp. 1089–1089. doi: 10.1007/bf01020591.
- ❑ Gültekin and Gürcan, D. (2018) ‘Stable and unstable roots of ion temperature gradient driven mode using curvature modified plasma dispersion functions’, *Plasma Physics and Controlled Fusion*. IOP Publishing, 60(2). doi: 10.1088/1361-6587/aa9e27.
- ❑ Gültekin, Ö., Eskin, Ç. and Yazicioğlu, E. (2021) ‘Deterministic and Stochastic Research of Cubic Population Model with Harvesting’, *Fluctuation and Noise Letters*, 20(3), pp. 1–29. doi: 10.1142/S0219477521500231.
- ❑ Gültekin, O. and Gürcan, O. D. (2020) ‘Generalized curvature modified plasma dispersion functions and Dupree renormalization of toroidal ITG’, *Plasma Physics and Controlled Fusion*. IOP Publishing, 62(2). doi: 10.1088/1361-6587/ab56a7.
- ❑ Gültekin, Ö., Rızaoğlu, E. and Akdeniz, K. G. (2013) ‘Ion-Cyclotron Resonance Frequency Interval Dependence on the O VI Ion Number Density in the North Polar Coronal Hole 1.5R-3R Region’, *Journal of Astrophysics and Astronomy*, 34(4), pp. 349–355. doi: 10.1007/s12036-013-9187-3.
- ❑ Eskin, Ç. and Gültekin, Ö. (2019) ‘Effect of harvest on MTE calculated by single step process for stochastic population model under Allee effect’, *AIP Conference Proceedings*, 2178(November), pp. 1–6. doi: 10.1063/1.5135465.

Seme Kaynaklar

- ❑ BALESCU, R., 2005, *Aspects of Anomalous Transport in Plasmas*, Taylor & Francis.
- ❑ BELLAN, P., M., 2008, *Fundamentals of Plasma Physics*, Cambridge University Press, ISBN-13: 978-0521528009.
- ❑ CHEN, F.F., 2006, *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*, Springer.
- ❑ DIAMOND, P. H., ITOH, S.I., ITOH, K., Modern Plasma Physics.
- ❑ DUPREE, T., H., 1966, A Perturbation Theory for Strong Plasma Turbulence, *The Physics of Fluids*, 9, 1773.
- ❑ DUPREE, T., H., 1967, *Nonlinear Theory of Drift-Wave Turbulence and Enhanced Diffusion*, *The Physics of Fluids*, Volume 10, Number 5.
- ❑ FRIED, B. D., CONTE, S.D., 1972, *The Plasma Dispersion Function: The Hilbert Transform of Gaussian*, Academic Press, London-New York, 26, 119, 814.
- ❑ FRIEMAN, E., A., CHEN, L., 1982, *Phys. Fluids*, 25, 502.
- ❑ GÜRCAN, Ö., D., 2014, Numerical Computation of the Modified Plasma Dispersion Function with Curvature, *Journal of Computational Physics*, 269, 156-167. GUZDAR, P.N., CHEN, L., TANG, W.M., Rutherford, P.H., 1983, *Phys. Fluids*, 26, 673.
- ❑ HAHM, T.S., 1988, Nonlinear Gyrokinetic Equations for Tokamak Microturbulence, *Phys. Fluids*, 31, 2670.
- ❑ HAHM, T.S., TANG, W.M., 1990, Weak Turbulence Theory of Ion Temperature Gradient Modes for Inverted Density Plasmas, *Physics of Plasmas*, 2, 1815.
- ❑ HORTON, W., CHOI, D.I., TANG, W. M., 1981, Toroidal Drift Modes Driven by Ion Pressure Gradient, *Physics of Fluids*, 24, 1077.
- ❑ HU, G., HORTON, W., 1997, Minimal Model for Transport Barrier Dynamics Based on Ion-Temperature-Gradient Turbulence, *Physics of Plasmas*, 4, 3262.

Seme Kaynaklar

- ❑ JOHNSON, T., TUCKER, W., 2009, Enclosing All Zeros of an Analytic Function-A Rigorous Approach, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 228, 418.
- ❑ KIM, J.,Y., KISHIMOTO, Y., HORTON, W., TAJIMA, 1994, Kinetic Resonance Damping Rate of the Toroidal Ion Temperature Gradient Mode, *Phys. Plasmas* 1(4), 927-936.
- ❑ KURODA, T., SUGAMA, H., KANNO, R., OKAMOTO, M., HORTON, W., 1998, Initial Value Problem of the Toroidal Ion Temperature Gradient Mode, *Journal of the Physical Society of Japan*, 67(11), 3787-3793.
- ❑ NISHIKAWA, K., WAKATANI, M., 2000, *Plasma Physics: Basic Theory with Fusion Applications (Springer Series on Atomic, Optical, and Plasma Physics)*, Springer, ISBN-13: 978-3540652854.
- ❑ MATTOR, N., 1992, *Phys. Fluids B* 4, 3952.
- ❑ MATTOR, N., DIAMOND, P. H. 1989, *Phys. Fluids B* 1, 1980.